UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

APROXIMACIÓN A UNA TAXONOMIA TOPOLOGICA DE FORMAS ARQUITECTONICAS Y URBANAS

Autor: Antonio Millán Gómez
Director: Enric Trillas

21 d'octubre de 1981

SECCION 2

TOPOLOGIA Y SINTAXIS EN ARQUITECTURA

Retornar a la raíz es instalarse en la paz;
Instalarse en la paz es reencontrar el orden;
Reencontrar el orden es conocer la invariancia;
Conocer la invariancia es la iluminación.

(Lao-Tse: Tao tö king, XVI).

SECCION 2

TOPOLOGIA Y SINTAXIS EN ARQUITECTURA

Desde que los arquitectos tuvieron conciencia de su propio papel en la materialización física de un edificio, han existido operaciones lógico-geométricas para dar cuerpo a sus intenciones de modo que los objetos formales resultantes dieran oportuna cabida a las actividades organizadas de un grupo. A lo largo de la historia han cambiado la modalidad de las intenciones, las cualidades formales, las actividades y el sentido de la oportunidad, pero hoy todavía seguimos obsesionados por descubrir el orden que subyace a las estructuras que nos cobijan; hoy aún intentamos desarrollar estrategias que nos permitan resolver de antemano la generación de un orden físico que es, igualmente, un orden socio-cultural, así como valorar el funcionamiento de los ya construidos.

Las representaciones mesopotámicas o romanas de ciudades en tablillas de arcilla o mármol, los cuadernos de notas de Villard de Honnecourt o Roriczer, o los esbozos de iglesias de planta central de Leonardo da Vinci, tienen todos un carácter a la vez descriptivo y prescriptivo, que sirve para generar, explorar y clasificar el orden de lo construido por el hombre. De este tema se ocupa hoy una línea de investigación denominada mediante expresiones como "la escritura / lectura del lugar", "sintaxis espacial", "las relaciones de conectividad en el entorno construido", etc., según que las herramientas conceptuales para la exploración sean la analogía lingüís tico-estructural, la lógica matemática o la topología combinatoria. Aquí se expondrán algunos esquemas teóricos seguidos con mayor detalle, así como la ideología científica sobre la que se apoyan y las razones por las que se aceptan o rechazan ideas en ellos presentes, para pasar posteriormente a exponer una interpretación personal de los hechos.

2.1.- Revisión crítica de contribuciones sobre el tema

2.1.A.- Las sugerencias de P. Eisenman sobre la estructura dual de la sintaxis arquitectónica.

Sin duda, ésta fue una de las primeras contribuciones a un nuevo enfoque, que debe entenderse en el contexto del grupo de los "Five Architects" de la Escuela neoyorquina, que integran

- una revisión de los inicios de la arquitectura moderna - desde los arquitectos de la Ilustración hasta los movimientos de vanguardia de las décadas 20 y 30 de este siglo -,

- un interés por las ideas estéticas que se han centrado en los tipos y la naturaleza de la significación artística - desde las aportaciones de los estetas del Warburg Institute (E. Gombrich, E. Panofsky, R. Wittkower, C. Rowe, ...) a las del grupo creado en torno a la Escuela de Ulm (Maldonado, Prieto, Bonsieppe, ...) o las nuevas ideas de la teoría de la información -,

- y la posibilidad de aplicar las ideas del estructuralismo, tanto en su versión americana (Peirce, Morris, Chomsky) como europea (Lévi-Strauss, Barthes, Lacan), que se incorporan a su metodología con cierta crudeza.

En su afán estrictamente generativo, Eisenman recurre al modelo de

Chomsky, según el que toda expresión lingüística puede reducirse a estructuras primitivas (profundas), descritas mediante reglas de formación y que, mediante otro conjunto de reglas (de transformación) pasan a ser estructuras superficiales o expresiones específicas. Las estructuras profundas son, en realidad, sistemas de reglas que generan conjuntos restringidos de categorías o cadenas de base (base strings), cada una de ellas asociada a una descripción estructural o indicador sintagmático de base (base phrase-marker).

La fortuna de la apropiación de este modelo depende de la falsación de la isomorfía entre los hechos lingüísticos y los arquitectónicos. Eisenman considera la arquitectura como lenguaje sobre la base de que toda obra arquitectónica proporciona diversos tipos de información, pero, a diferencia de Chomsky, que puede apoyarse para la corroboración de sus ideas en el sentido común (una frase tiene sentido o no), aquél necesita elaborar sistemas de representación de los hechos arquitectónicos para probar la generalidad y validez de la analogía; desdichadamente, rehuye toda comprobación general y le basta la posibilidad de aplicar el método a su labor de diseño.

Otro punto cardinal dentro de la misma línea es el de saber cómo se relacionan en un sistema de significación sus aspectos sintáctico, semántico y pragmático (si se acepta la concepción de Morris). Eisenman no considera la sintaxis como mero cálculo, y sugiere que ésta ofrece una estructura dual, lo que le da pie a aceptar la existencia de una sintaxis puramente formal (sintáctica) y una sintaxis conceptual (semántica), afirmación que cualquier lógico consideraría como un contrasentido.

La fortuna viene en su ayuda, dado que algunos lingüistas han reivindicado la función sintáctica de algunas asociaciones semánticas, pero tales hechos se aplican en dirección opuesta a como lo hace Eisenman: recientemente, Arthur Cooper, trabajando sobre los orígenes de la escritura china , "ha acumulado gran cantidad de evidencia para mostrar que el llamado elemento fonético actúa como un símbolo primario desde el que ha sido posible ampliar y multiplicar una multitud de asociaciones y metáforas, cada una de las cuales se localiza entonces en los límites del tiempo y del espacio mediante un contexto específico, o mediante la adición de un determinante.

Las diversas asociaciones apenas se relacionan mediante la pronunciación, o mediante cualquier otro camino abierto al análisis tradicional; pero con toda certeza se hallan relacionadas poéticamente, en el mundo abstracto que trasciende la forma, y se pueden vincular de nuevo racionalmente con la ayuda de una introspección directa en el centro del carácter unificador del que derivaron " (1,a)

Puede apreciarse que, como en el método de Eisenman, se vinculan los aspectos sintácticos y semánticos en una misma raíz, pero éstos son aquí prioritarios, a diferencia de aquél, y tampoco existe una tendencia a fragmentar reiteradamente las operaciones del lenguaje.

Por otra parte, es innegable, como hemos visto más arriba, que Eisenman inicia su teoría formal desde una base cultural amplia; desde ella se plantea que el repertorio de las formas arquitectónicas es finito y puede sistematizarse, y es precisamente este hecho el que aquí nos interesa; es más, lejos de dejar como tantos otros esta convicción implícita en su obra, la explicita convirtiéndola en un método de diseño apoyado en el uso metafórico de la cuasi-ciencia. Para él esta dimensión sistemática, generativa, sintáctica se amplia hasta considerarla una relación dialéctica entre la "escritura" de la forma arquitectónica - como generación o transformación de la forma - y su "lectura" - es decir, la capacidad de establecer un nexo entre relaciones observadas y deducidas en el "texto" -. El modelo estaba en el mercado de las ideas desde que J. P. Sartre (1.b) se ocupase en 1964 de su propia experiencia de "Las Palabras" en sus dos vertientes de la lectura y la escritura; y es oportuno apuntar que para Eisenman, siguiendo a R. Barthes, escribir tiene un sentido intransitivo: en el momento en que vivimos se valora más el medio que el mensaje, importa más el cómo que aquello que se dice, importan más las relaciones que los objetos componentes de la forma arquitectónica.

En el Symposium de Castelldefels (2) de 1972 expuso cuatro aspectos de su trabajo, de los cuales los dos centrales nos conciernen aquí:

> El segundo aspecto de mi trabajo tiene que ver con el desarrollo de una teoría. Son las denominadas *Notas sobre arquitectura conceptual (Notes on Conceptual Architecture).* Explicaré más adelante el término «conceptual». Esta obra consta de tres partes principales y una introducción que trata de la relación entre historia y teoría. La primera parte es el desarrollo de una taxonomía sobre la conceptualización de la forma en arquitectura; la segunda es una explicación de un aspecto de esta taxonomía: las estructuras profundas duales y la última parte es una explicación de la separación transformacional. Esta matriz teórica procede en parte del análisis histórico y en parte del estudio de otras disciplinas que se ocupan de la comunicación.
>
> El tercer aspecto del trabajo es el más difícil y también el menos formulado. Se ocupa de las estructuras sintácticas. Es una discusión y una elaboración de las reglas que sostienen la teoría, reglas que explican, limitan y determinan este tipo particular de construcción teórica. Las «Estructuras sintácticas» tienen dos partes: la primera se ocupa de las reglas de formación *(formational rules)* y la segunda de las reglas de transformación *(transformation rules);* no he desarrollado todavía ninguna de las dos.

(De "El Symposium de Castelldefels" /1972/. Pub. COACB, p. 203).

Claro está que, para elucidar su centro de interés, necesita un criterio de pertinencia que le permita tomar la arquitectura como lenguaje, con cuyo fin da por supuesta la naturaleza informativa de la forma arquitectónica, existente "en potencia en cualquier contexto específico", concepto sui generis de información que aplicará al exponer sus preocupaciones teóricas.

La crítica tradicional ya se había ocupado de elementos y relaciones formales desde un punto de vista sintáctico, pero su campo se reducía a la descripción de cualidades de los elementos arquitectónicos, las relaciones entre elementos y objetos constituyentes de las formas físicas y las relaciones de estas formas en un contexto específico. Eisenman quiere dar un pa so adelante para ocuparse de relaciones que, aunque no perceptibles directamente por los sentidos, "pueden conocerse":

> "si uno analiza cualquier edificio concreto o cualquier serie de edificios, sin consideraciones de tiempo o lugar, es posible discernir en las configuraciones reales de las formas la presencia de otra estructura subyacente de relaciones que no está necesariamente relacionada con la forma específica de modo perceptible o unívoco".

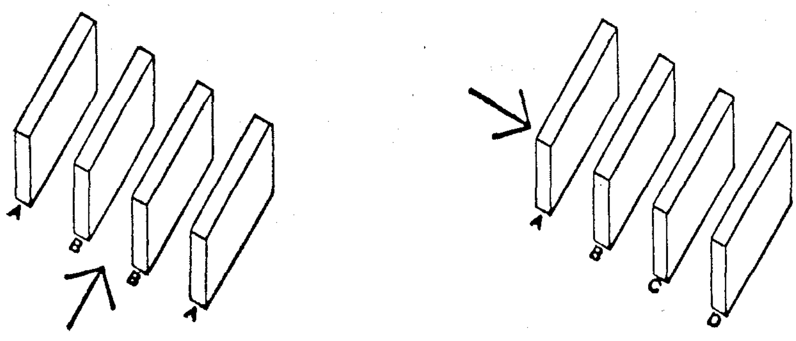
A esta estructura accede Eisenman mediante procedimientos cuyos fundamentos objetivos no justifica bastándole el hecho de que proporcionan una información característica:

- mediante cierta clase de orden notacional que ayuda a representar los objetos físicos y nos provee de una información notacional,

- o mediante una estrategia que procede del "modo en que el individuo concibe el espacio y la forma, y del particular modo en que los elementos forman relaciones en la configuración específica". Estas propiedades son dinámicas, es decir, no pueden explicarse sin tener en cuenta el desarrollo de percepciones humanas, constituyendo una cualidad arquetípica del espacio arquitectónico, "que no puede entenderse a partir sólo de una señalización de la geometría real, sino que se deriva de las implicaciones espacialmente inherentes a la geometría real y de la capacidad del individuo situado en ese espacio para recibir esa información". Las facetas arriba mencionadas se identifican en el concepto de dislocación o desplazamiento, agente transformador que lleva una configuración previa a su estado presente.

Para entender estas nociones conviene sacar a colación lo que M. Gandelsonas /1972/ ha denominado "layering" en un estudio comparativo de las obras de P. Eisenman y M. Graves, es decir, la estratificación o distribución de los elementos y relaciones constituyentes de una obra arquitectónica. Eisenman incluye en su distribución (layering) no sólo las cualidades observa bles en los elementos de una forma, sino además las implicadas por una serie de oposiciones (dislocación, tensión, compresión, centrífugo, centrípeto,...) que surgen de relaciones entre elementos pero que no están presentes en las cualidades de los objetos de partida. Esto lleva en ocasiones a situar lo fáctico y lo conceptual en un mismo plano, rasgo que hallamos tambien en P. Boudon (4), si bien éste define el concepto de virtualidad con precisión; de modo que ambos enfoques poseen un carácter teleológico de difícil corroboración empírica, y ello obliga a comparar las conexiones entre espacios y las secuencias de actividades del usuario distinguiendo entre orden y causalidad: el primero aplicable a la estratificación de espacios, la segunda necesaria para distinguir, entre todos los recorridos posibles, los que de hecho materializa el individuo que en ellos se aloja.

Eisenman quiere demostrar su idea mediante dos ilustraciones en las que la forma física es la misma, pero en las que - nos dice - se ha de cambiar la notación cuando varía la posición del sujeto o, en otras palabras, que el orden de lectura cambia la naturaleza percibida en el objeto. A ello se ve forzado por no haber introducido el individuo desde el principio, aunque acepte que los hechos arquitectónicos son primordialmente humanos. En realidad, nos muestra su pasión por la arquitectura neoplástica y recuerda



(De P. Eisenman /1972/, op. cit., figs.7 y 8)

el viejo debate entre Theo van Doesburg y Piet Mondrian sobre la pertinencia de colocar el tema según las direcciones predominantes del campo visual (vertical y horizontal) u oblicuamente.

Para resolver esta dualidad notacional es preciso recurrir a una <u>referencia</u> (datum), que es conceptual para Eisenman. El tema ya fue introducido por B. Zevi /1951/, Ch. Norberg-Schulz /1965/ y P. Frankl /1914/: para el primero la primacia del espacio interior le forzaba a considerar como escultóricas algunas obras arquitectónicas como el Partenón, desprovistas hoy de sus cualidades espaciales iniciales; los últimos aplican las categorías de masa, espacio o volúmen y superficie mediante sencillas variaciones de la referencia, según uno se sitúe en el exterior o en el interior. Más adelante probamos mediante representaciones grafo-teóricas que es,en realidad, la posibilidad de utilizar el cuerpo humano como referencia y objeto espacial movible lo que da lugar a todas estas interpretaciones, pero la base sintáctica es la misma y no se precisa cambiar la notación sino reajustar sus elementos respecto a una nueva referencia.

Eisenman todavía menciona otro tipo de información, la sintáctica, que no se ocupa de la significación asociada a los elementos ni de las relaciones entre elementos, sino de la <u>relación entre relaciones</u>; es más, nos dice que "la significación de la forma física deriva primordialmente de la información sintáctica y esta información deriva de una estructura dual", que, como hemos visto, se apoyaba en la doble interpretación de los hechos espaciales en arquitectura como objetos físicos o como objetos percibidos por un individuo.

En todo su desarrollo aparece una tendencia expansiva, y es al conceptualizar las relaciones espaciales cuando aparece más clara. El autor comien za distinguiendo las "propiedades fundamentales del espacio arquitectónico en cuanto a opuesto a cualquier otra clase de espacio" (escultórico o pictórico), en los que el observador se sitúa fuera de la obra, por lo que cualquier comprensión de tales espacios "tendrá siempre un sentido conceptual" a diferencia de lo que sucede con el espacio arquitectónico, en cuya experiencia "todo es real y nuestra relación con ella es inicialmente fáctica (actual)", "el individuo tiene la capacidad, no sólo de percibir y caminar realmente a través del espacio, sino de concebir ese espacio" por lo cual "recibirá una información que traducirá a conceptos"; y de aquí se sigue que

> "puesto que en arquitectura siempre existe la posibilidad de una experiencia virtual y de una experiencia real, ... ambas pueden predeterminarse. No obstante, (en arquitectura) ... esta condición virtual hay que construirla en el espacio arquitectónico; no existe a priori".

Tal hecho se deriva de la dualidad notacional, y no se puede conciliar con lo aportado por K. Lewin /1936/, J. Piaget /1950, 1971/ y P. Boudon /1978?/ sobre la naturaleza de las percepciones espaciales: una cosa es la virtualidad, sin la cual no puede explicarse el dinamismo de las actividades de un sujeto en un espacio, y otra muy distinta, las elaboraciones conceptuales de posibles actividades sugeridas por un espacio, pero no implícitas materialmente en él, y Eisenman aúna ambos niveles de análisis, tras haber escindido las cualidades físicas y dinámicas de los hechos espaciales, por cuya integración se esfuerzan los autores mencionados, cuyo análisis objetivo procede en sentido inverso.

Para P. Eisenman las propiedades fundamentales del espacio arquitectónico son preexistencias necesarias para describir relaciones por oposición: arriba / abajo, alto / bajo, ... , es decir, "una proposición física es reductible a una oposición binaria" y "las oposiciones fundamentales ... son ur-culturales en el sentido de que preexisten en el espacio con independencia de la cultura". Puesto que ha escindido los caracteres de las configura ciones arquitectónicas según su naturaleza notacional y su naturaleza dinámica, se ve forzado a introducir una dualidad semejante en sus relaciones de oposición, que Eisenman toma como:

condiciones, son aquellas oposiciones que constituyen las relaciones de la estructura subyacente y que pueden existir en cualquier configuración sin necesidad de exigir para su comprensión que el individuo experimente el espacio; las condiciones son abstractas y producen una información sintáctica notacional,

y cualidades, son aquellas oposiciones que constituyen las relaciones subyacentes, existen en una configuración específica y exigen para su comprensión la presencia de un individuo en el espacio; las cualidades son tri dimensionales, físicas y, por tanto, con información sintáctica espacial.

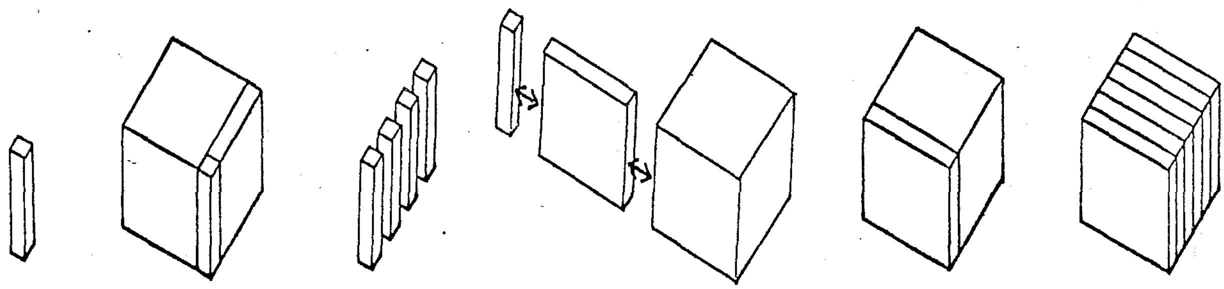
Entre las condiciones sitúa dos conjuntos irreductibles e interdependientes: "El primero es sólido y vacío. El segundo es centroidal o lineal".

Eisenman entiende que los conceptos sobre lo sólido y lo vacío se hallan mediatizados por la cultura y vienen implícitos en el concepto gestáltico del contraste entre la figura y el fondo, donde algunas características como la densidad o proximidad de formas pueden considerarse propiedades positivas de la figura en oposición a la dispersión o el vacío, que serían entonces negativas y relacionadas con el fondo. La dicotomía mencionada se resuelve para nuestro autor considerando que existe "una equivalencia conceptual absoluta de lo sólido y lo vacío", con lo cual no es difícil estar de acuerdo cuando se opera dentro de una cultura que adjudica los valores arriba comentados; ahora bien, estableciendo dicha equivalencia no se destruye la dicotomía, sino que se refuerza; para disolverla es preciso considerar la existencia de valores intermedios como el de permeabilidad, obser vables en objetos espaciales reales y no pertenecientes a ninguna de ambas categorías, de manera que sean las interrelaciones entre los objetos y el contexto (interno o externo) lo que determine su valor de figura o fondo.

La segunda condición, según la que "sólido y vacío tienden a una configuración bipolar que puede ser centroidal o lineal" es poco precisa: una configuración formada por espacios situados circularmente respecto a un centro puede entenderse como centroidal, pero las adyacencias entre espacios contiguos nos harían pensar que es lineal. Igualmente, lo que R. Thom /1974/ llama bifurcaciones (tránsito de una morfología a otras dos o más distintas) y lo que P. Boudon entiende por orden intersectivo podrían incluirse en la categoría de lo centroidal, donde el centro fuera la bifurcación o la intersección misma, pero es evidente que tal sentido se introduciría a posteriori y no se halla mencionado explícitamente en ninguno de los términos de la oposición mencionada, constituyendo, en realidad, contraejemplos en ambos casos.

Por otra parte, cuando Eisenman afirma que "las cualidades de una estructura profunda arquitectónica ... son lineales, planares y volumétricas" con las que no se designan objetos o elementos, sino "relaciones cualitativas de las condiciones sólido-vacío y lineal-centroidal", está dando por supuesto que no se puede sugerir ninguna de estas relaciones sin sugerir su opuesta virtual, y son "las operaciones formales que introducen aspectos de virtualidad, como dislocación, tensión, compresión, etc. , susceptibles de ser concebidos por el individuo" lo que él entiende por estados de transformación.

Tal continuum de lo real a lo virtual, de lo fáctico a lo conceptual, le sirve a P. Eisenman como prueba de la capacidad generativa de las cualidades de estructura profunda, y como acicate para la constitución de una geometría cartesiano-neoplástica para la formalización de su arquitectura, don de desde la línea se pueda pasar al plano, y de éste al volúmen: del modo es pecífico en que estos elementos se relacionen surgirá su contenido, y de la



(De P. Eisenman /1972/, op. cit., figs. 11 - 16).

relación entre lo explícito (real, formal) y lo implícito (virtual, conceptual) podrá derivarse su naturaleza dual. Este método se comprende mejor si se interpreta como una teoría formal-generativa, y no como una teoría sintác tica general; el mismo autor considera las operaciones como relaciones formales binarias, entendiendo lo formal como lo constituido por tres características:

- ser físico,
- ser primordialmente sintáctico y no semántico (sintáctico en el sen tido de a-cultural),
- y ser potencialmente generativo.

En suma, esta teoría se nos presenta como inductiva y seudo-estructu ral, y su desarrollo es meramente expansivo: "... para nuestros propósitos la única exigencia fundamental es que el término elegido no sea reductible o no requiera para su existencia <u>un contexto o concepto preexistente</u>". De esta manera Eisenman comparte con Rossi el gesto de dirigir sus concepciones teóricas hacia el diseño, y aquél espera justificar el esquema teórico, no por su coherencia interna, sino en virtud de este pragmatismo peculiar que les caracteriza; lo problemático es que - como R. Moneo sugiriese, al me nos para el caso de A. Rossi - los campos de validez de los presupuestos teóricos y de la actividad proyectual son distintos, y mediante unos no se pueden justificar los otros, sin el riesgo de perderse en ambos.

2.1.B.- Posibilidad de una descripción sintagmática de los lugares

La contribución de Pierre Boudon (4) a una escritura de los lugares puede considerarse junto a la de Eisenman en su preocupación por elaborar un lenguaje que nos ayude a comprender la forma específica de las moradas del hombre, pero difiere de él en la conciencia de que sus estructuras provienen tanto de la naturaleza sobre la que se asientan como de los esquemas conceptuales de quienes las materializan. Boudon no dirige sus esfuerzos hacia un uso personal de sus convicciones teóricas, sino hacia una descripción general - y, en la medida de lo posible, objetiva - del espacio humano que le permita exponer no sólo los mecanismos sintácticos mediante los cuales aquél se elabora, sino,además,el modo en que éstos se relacionan para posibilitar el significado de una configuración específica.

Ello deja entrever que las propiedades sintácticas y semánticas perceptibles en un lugar forman un todo indisoluble, y su separación es un criterio convencional sin el que sería difícil acceder a su estudio. Una descripción sintagmática será, pues, la cota superior de un enfoque sintáctico y servirá para conocer las limitaciones de su campo analítico. Como Boudon nos dice, una teoría de los lugares

> "no sólo debe permitir la descripción de las diferentes cosmogonías que varias culturas han desarrollado, cómo se han "recortado", "localizado", "mediatizado" las formas de los espacios unas respecto a las otras, sino que además debe permitir enunciar los criterios subyacentes

a una lógica de los lugares (nociones de límite, de soporte, de relación contenido / continente, ...); problemas que sobrepasan en gran medida una sencilla descripción antropológica (es decir, un análisis comparativo de la forma de los lugares)".

Y, de la misma manera, compartimos con este autor la creencia de que las oposiciones interno/externo, pleno/vacío, real/virtual, ... no pueden definirse con precisión a menos que se construya un sistema simbólico o representativo, cuyas características sintácticas se han de apoyar no sólo "sobre una lógica, sino también sobre una topología" que nos permita registrar los aspectos virtuales de la interacción del individuo con su medio-ambiente, para que, al compararla con la organización física subyacente, nos ayude a desvelar la estructura objetiva de los lugares.

Entonces, una primera definición de un lugar no resulta de simples oposiciones binarias, sino de una multiplicidad de criterios que nuestro autor agrupa en ocho características:

1) clausura: modo específico de la delimitación del lugar;
2) accesibilidad: modo y grados de permeabilidad;
3) jerarquización: estudio de los diversos tipos de orden;
4) escala: criterio de magnitud respecto a una referencia, que suele ser el cuerpo humano;
5) orientación: reordenamiento de los objetos espaciales respecto a un origen que permite localizarlos;
6) forma geométrica: modo específico de las transformaciones e invariancias formales de un lugar concreto;
7) densidad: cuantificación de las relaciones entre los objetos espaciales y el soporte que los aloja;
8) y estabilidad: valoración de las cualidades dinámicas de un lugar.

En un sentido estricto estos ocho criterios sobrepasan el dominio de la topología entendida matemáticamente, pero son mutuamente dependientes y se derivan del modo específico en que las nociones elementales de clausura, vecindad y límite se hayan aplicado a la sicología del espacio. Un estudio detallado de tales interdependencias sobrepasa los límites de este trabajo, pero podemos realizar una clasificación de los criterios recién expuestos según que se ocupen:

a) de las propiedades formales y figurativas del lugar, definidas mediante el contraste entre los objetos físicos y el soporte sobre el que se asientan (clausura, forma geométrica y densidad);

b) de sus cualidades dinámicas (accesibilidad, estabilidad), que no pueden definirse sin tener en cuenta la interacción entre el ser humano y el medio físico;

c) de las propiedades de inclusión y orden (jerarquización, escala y orientación).

Aunque Boudon apunte que él utiliza la expresión "el lenguaje de los lugares" en el mismo sentido en que se usa "el lenguaje de las matemáticas", M. Krampen /1979/ ve en su teoría la influencia de Chomsky, en la medida en que sus criterios apuntan hacia la construcción de secuencias "bien formadas" de objetos topológicos. Pero nuestro autor entiende la buena formación en su sentido más amplio, incluyendo en ella tanto aspectos antropológicos y mitológicos, como el estudio de las conexiones entre los elementos de una distribución espacial.

Los ocho criterios arriba expuestos le permiten crear conjuntos de reglas según las cuales se originan cadenas bien formadas de elementos que se articulan para constituir un lugar. En estas articulaciones hallamos reminiscencias de su aplicación de la gramática transformacional a los objetos: de la misma manera que una taza de café exige un orden específico - el líquido en la taza, la taza sobre el platillo, y no al revés -, los elementos de un lugar habrán de seguir un orden semejante - por ejemplo, si colocamos un conjunto de tres espacios (pronaos - naos - opistodomos) sobre un estilobato, y lo rodeamos de columnas bajo un arquitrabe sobre el que se apoya el tejado, el resultado se parecerá mucho a un templo griego, pero si cambiamos el orden toparemos con una cadena mal formada o con algo muy distinto de un templo griego -.

La constitución de reglas permiten desarrollar una taxonomía de "lugares" segun tipos sintagmáticos para explicar la estructura del lugar, y este es el aspecto que más nos interesa de su aportación. Sin embargo, la teoría ha de ratificarse, pues aún esta por probar si con sólo ocho criterios se puede elaborar una teoría general de los lugares, y sus intenciones pueden comprenderse mejor en el contexto del estructuralismo francés, especialmente dentro de la "analyse actantielle" de Greimas, donde la semiología arquitectónica incluye el análisis de la conducta humana y su soporte espacial, sobre el que los seres humanos se relacionan entre sí y con los objetos que les rodean.

2.1.C.- Las teorías de la Sintaxis Espacial y de la buena formación de cadenas

Como hemos podido ver, Eisenman y Boudon van en busca de un conjunto finito de reglas mediante las que se puedan generar infinitas configuraciones, y se hallan con un problema doble:

- ¿es el número de reglas utilizado suficiente para tal tarea?

- ¿puede generarse con ellas cualquier configuración?

Algunas aportaciones en otros campos han animado a buscar una respuesta para ambas preguntas. Tanto G. Kirchhoff /1847/ como A. Cayley /1857/ tuvieron que sobrepasar esta dificultad al intentar resolver como se distribuía la corriente en una red eléctrica y como podían enumerarse todos los isómeros de los hidrocarburos saturados; ambos ampliaron el campo de la Teoría de Grafos al adelantar técnicas que se ajustasen a sus necesidades. Y dentro de la línea que nos ocupa S. Marcus /1973, 1974/ y B. Hillier et al. /1975, 76/ han acudido a la misma disciplina para elaborar una "gramática" arquitectónica y una "sintaxis" espacial, respectivamente.

Marcus se apoya en lo conseguido por el matemático polaco Pawlak en la generación de "cadenas bien formadas" de aminoácidos, un trabajo que recuerda poderosamente al de Cayley; tales cadenas pueden combinarse para formar cadenas más complejas y pueden combinarse convirtiéndolas en árboles con raíz, donde tal raíz es el elemento inicial desde el que se genera toda la configuración.

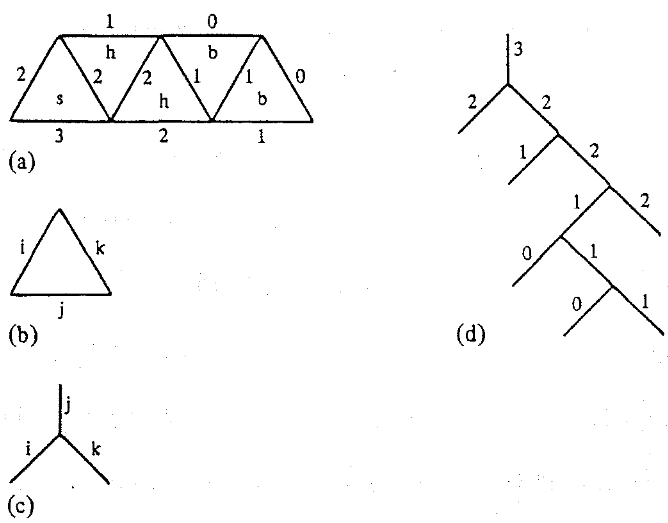


Fig. 2.1.- Linealización de cadenas triangulares de aminoácidos, según Marcus. La cadena de (a) se convierte en (d) sustituyendo los triángulos (b) por los árboles (c).

M. Krampen se ha concentrado en esta línea de investigación y parece de la mayor importancia el hecho de que "las gramáticas no son simplemente conjuntos de reglas según las cuales se permutan 'unidades léxicas', sino que son reglas recursivas que permiten la generación de cualquier 'cadena bien formada'. Siempre que un conjunto finito (de reglas) sea capaz de generar un conjunto infinito (de cadenas) tenemos lo que se llama una gramática. De este modo una gramática arquitectónica debiera ser capaz de generar todo edificio pasado, presente y futuro".

En este empeño no se encuentran solos los autores citados, hay una multitud de investigadores trabajando en desarrollos seudo-automáticos de un proyecto desde la integración de los requisitos funcionales, las peculiaridades del solar, sus condiciones ambientales, etc. El valor del trabajo de Marcus radica en la sugerencia de actuar por niveles; así, la distribución de la planta de un edificio puede elaborarse mediante una gramática que genere configuraciones planas, mientras que para un edificio completo habrían de tenerse en cuenta gramáticas capaces de generar figuras poliédricas en el espacio. Pero aún queda mucho por hacer en esta línea, en especial en el estudio de las restricciones que gobiernan la buena formación.

Hacia ese fin se canalizan los esfuerzos de B. Hillier et al., quienes llegaron a exponer una teoría de la sintaxis espacial tras un largo periodo de investigaciones: desde un enfoque sistémico /1972-73/ (5) a un enfoque estructural /1975/ (6) y a uno sintáctico /1976, 78/ (7). Todos ellos tienen en común la creencia de que, tras las morfologías arquitectónicas y urbanas, puede encontrarse un código desde el que se elaboran sus cualidades sistémicas y es, al mismo tiempo, constitutivo de la jerarquía social que en ellas se aloja; dicho código se entiende como una estructura de reglas que

- gobiernan una morfología,

- o permiten establecer correspondencias "entre dominios diferentemente estructurados de la misma morfología" o "entre distintas morfologías",

y tales reglas llegan a aprehenderse tras contraponer los sistemas simbólicos utilizados para la representación de los hechos reales y los dominios morfológicos que aquellos tratan de captar.

Mediante esta estrategia los autores encuentran diferentes tipos de propiedades en una morfología:

- propiedades <u>lógicas</u>, que son las mínimas propiedades precisas para explicar la naturaleza de los objetos, y de ellas se ocupa el sistema simbólico de la Lógica;

- propiedades <u>mesurables</u>, las propiedades primarias de la Física, independientes del modo de percepción, a las que se accede mediante cálculos cuantitativos;

- y propiedades <u>semánticas</u>, que resultan al establecer conexiones significativas en y entre morfologías, y de las que trata el Algebra.

Su ensayo de 1975 (The Architecture of Architecture) tiene por meta derivar las últimas a partir de las primeras: mediante operaciones lógicas elementales (unión, intersección, existencia de complementario, ...) elaboran repertorios de significados, todos ellos vinculados a una idea de partida o "logos", que puede ser tanto espacial - estar presente, espacio cerrado o espacio permeable - como de la vida diaria - tal es el caso del logos "dar" -. La intención subyacente es mostrar la primacía de los procesos sintácticos y no la de las cadenas de significados, para lo cual construyen un álgebra con estructura de retículo en la que se van superponiendo varios universos en orden creciente de complejidad, y esto les lleva a sugerir la posibilidad de formular la estructura de los diversos estratos de un lugar con el solo uso de operaciones recurrentes.

Estos mecanismos les permiten elaborar diversas situaciones topológicas mediante "superficies espaciales", es decir, elementos intermedios entre dos niveles jerárquicos consecutivos (la barrera en relación a la dicotomía espacios interiores / espacios exteriores, por ejemplo), que pueden formarse mediante un código constituido por cuatro operaciones (diferenciación lógica de espacios, la noción de barrera, la de permeabilidad y una colección de reglas de recurrencia), desde las que partirían para desarrollar su "sintaxis espacial" de 1976. En ella el lenguaje mórfico consiste en:

- una configuración mínima, de naturaleza binaria, ya que consta de un espacio portante o soporte y un proceso de formación, no estructurado inicialmente;

- una sintaxis, entendida como "conjunto de objetos elementales, relaciones y operaciones que pueden ser combinados para formar estructuras de reglas que estructuren el proceso de formación de la configuración mínima",

- y una regla sintáctica - "una regla para la formación de reglas" - que ha de agotarse al llegar a un límite lógico.

Una vez más encontramos aquí la influencia de Chomsky y del estructuralismo francés, por lo que han sido severamente criticados - E. Leach (8), /1978/ -, pero ello no elimina la originalidad y sencillez del enfoque, que, como ellos dicen, no es concluyente. Partiendo del criterio de la economía operativa de Guillermo de Ockham, limitan los elementos iniciales de su esquema a dos parejas:

1) Por una parte, encontramos dos tipos de objetos espaciales: continuos, como una sala hipóstila o una plaza, que se pueden atravesar porque en ellos no existe ningun obstáculo físico al libre acceso,

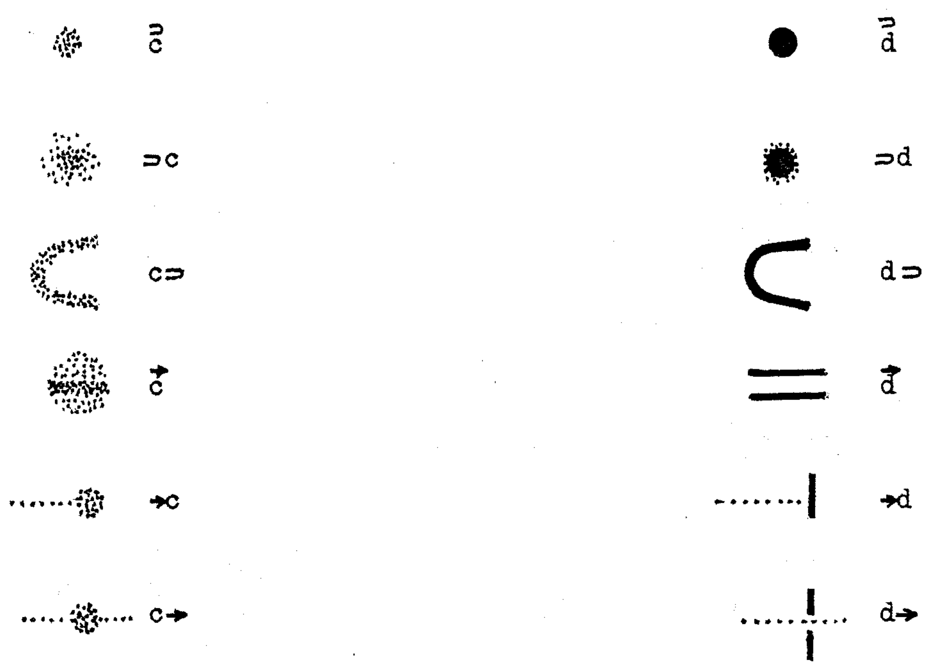
o discontinuos, como una torre o una isla, caracterizados porque interponen una barrera ante quien desea acceder a ellos, por lo que se requieren ciertos conectores - puertas, escaleras, puentes, ... - cuya función es variar la topología del objeto espacial respecto al usuario.

2) Y, por otra parte, existen dos tipos de operaciones de delimitación:

diferenciación ($\rightarrow$), mediante la que el espacio se demarca con objetos continuos, y

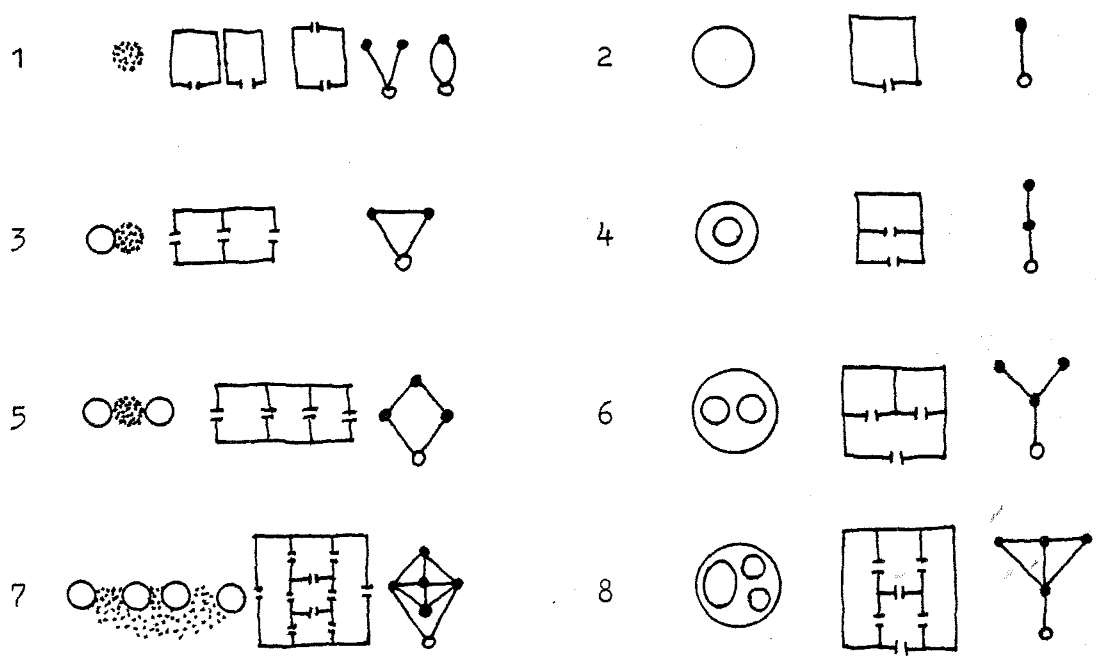
distinción ($\subset$), si se delimita con objetos continuos.

Ambas operaciones pueden ser claras o borrosas, según se conozca o no dónde acaba la demarcación, y aplicarse en un sentido reflexivo, inclusivo o exclusivo, a un objeto o a la relación entre éste y otros; se llega así a un léxico elemental de objetos primarios, con valor arquetípico



Para los autores citados "sólo existe un número limitado de tipos básicos de "patterns" en el espacio. Aprendemos algo sobre ellos como parte de nuestro conocimiento del mundo adquirido inconscientemente. En gran medida se hallan incluidos en el lenguaje, en el conjunto de términos espaciales o preposicionales que aparecen en la mayoría de los lenguajes - palabras como "entre", "dentro", "parte de", "alrededor", "a través de", y así sucesivamente -. Las formas construidas y las agrupaciones espaciales, aunque lleguen a ser grandes y complejas son, esencialmente, variaciones sobre alguna selección de estos temas básicos; y subrayamos la palabra "temas" porque estamos convencidos de que esta representación, como cualquier otra, difícilmente podrá expresar todos los matices del hecho real, quizás por esta razon Hillier et al. denominan "arquetipos morfológicos" a las operaciones sintácticas elementales en que dichas nociones se combinan, puesto que rara vez se encuentra en la realidad un ejemplo puro, y por ello se precisa recurrir a las nociones arquetípicas que les subyacen; además, y de acuerdo con Marcus, es en las recurrencias de estas operaciones donde se materializa su carácter específico.

Tales arquetipos u objetos sintácticos elementales, expuestos en 1976 y corregidos en 1976 y 1978, son:



(en cada caso la primera figura es una ilustración esquemática, la segunda el estado de conexiones de una configuración correspondiente al tema sintáctico, y la tercera, la representación grafo-teórica de las adyacencias)

Posteriormente, en 1978, elaboraron otra exposición de su teoría, donde sus convicciones positivistas se afirman más claramente. Si, como dice Carnap, los lenguajes matemáticos de la Topología y de la Lógica Simbólica son isomorfos, ¿por qué no utilizarlos conjuntamente? Resulta entonces que toda configuración sintáctica se nos ofrece como una "proposición" representada por una fórmula con

- elementos discontinuos (x) o continuos (y),

y las relaciones se reducen ahora a

- la de inclusión, representada por el signo □ (como por ejemplo en "x contiene a y", que escribiremos x□y)
- y una manera de especificar dónde termina la operación sintáctica, concepto ya elaborado en su ensayo estructuralista de 1975: mediante paréntesis se indica que todo lo que se halla entre ellos constituye un objeto continuo.

Ambas relaciones parecen referir a conceptos similares, y uno se pregunta para qué se necesitan dos signos. La respuesta es que los autores distinguen entre una relación asimétrica, □ , y una relación simétrica, (   ). La asimetría se entiende en el sentido de que si x contiene a y, la relación del objeto espacial x respecto al y no es de la misma naturaleza que la de y respecto a x; y de modo similar ha de interpretarse la doble asimetría. Pero en ocasiones tal relación binaria es del mismo cariz en ambos sentidos; por ejemplo, la existente entre los dos espacios situados a ambos lados de una valla, cuando dichos espacios son absolutamente iguales, y entonces hemos de hablar de simetría.

Uno podría plantearse, sin embargo, la posibilidad de construir un tipo de relaciones a partir del otro. A propósito de esta intención, B. Russell /1940/ dijo que "no es fácil encontrar un metodo lógico para construir asime tría a partir de datos simétricos"... "Aunque el doctor Henry M. Sheffer nos ha enseñado que puede distinguirse entre la pareja x-seguida de-y y la pareja y-seguida de-x, lo cual muestra que es técnicamente posible construir asimetría a partir de materiales simétricos. Pero a duras penas puede mantenerse que ello sea algo más que una artimaña técnica" (9.a). A pesar de todo lo antedicho, vale la pena tener los postulados de Sheffer bien en cuenta cuando se intente elaborar nociones primitivas alternativas, sin olvidar que su gesto fundamental es el deseo de reemplazar las ideas primitivas de negación y disyunción por la de rechazo, que adquiere gran significación cuando se consideran los estudios de J. Piaget /1975/ sobre los modos en que se equilibran las estructuras cognoscitivas en la interacción del sujeto con su medio-ambiente.

La distinción anterior entre operaciones simétricas y asimétricas es meramente lógica; ahora bien, B. Hillier et al. puntualizan que puede distinguirse de manera similar entre objetos distribuidos, dispersos o "pegados" para formar cierta unidad, y objetos no distribuidos, compactos, cuyos espacios se hallan reunidos bajo un mismo cerramiento. El origen de este matiz espacial ha de remontarse a la distinción de E. Durkheim /1893/ entre la solidaridad "orgánica" y "mecánica", que ha formado parte del lenguaje cotidiano de la sociología en los últimos cincuenta años, y que es muy cercana a la distinción común entre los arquitectos de los dos modos de diseñar, "desde dentro hacia fuera" o "desde fuera hacia dentro", es decir, a la agregación o la partición; ambos conceptos pueden relacionarse mediante la noción topológica de clausura que nos hace ver la diferencia entre espacios abiertos y cerrados, volviéndose así a uno de los presupuestos de la teoría sintáctica que comentamos.

En suma, las ocho operaciones sintácticas, con sus recurrencias de

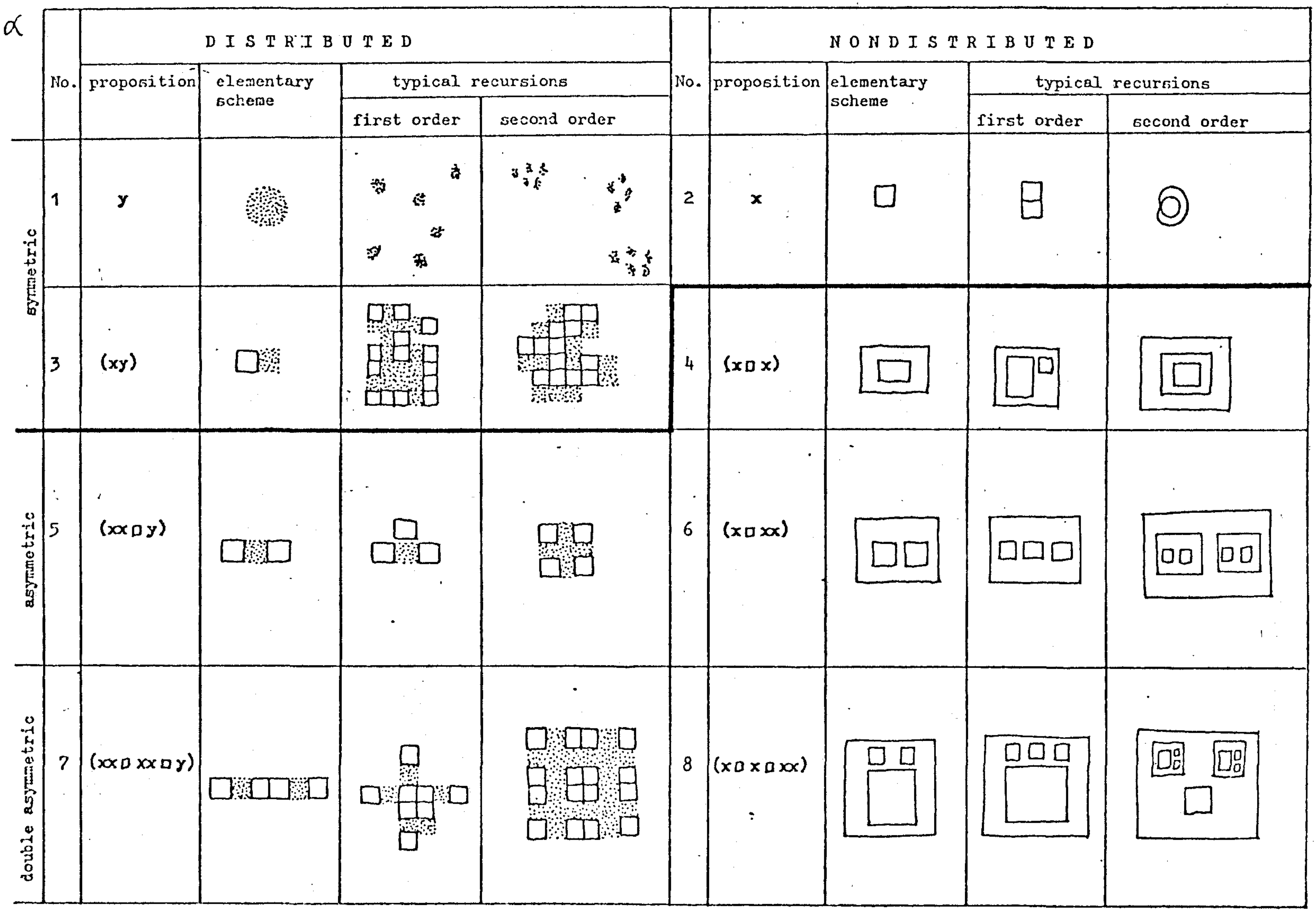


Fig. 2.2.- Operaciones sintácticas espaciales con sus recurrencias de primero y segun do orden , según B. Hillier et al.

primero y segundo orden, pueden expresarse tal como se indica en la fig. 2.2. Las recurrencias de primer orden se forman añadiendo células a la fórmula; y las de segundo orden, añadiendo fórmulas completas como elementos de otra fórmula de un órden jerárquico inmediatamente superior.

Las aportaciones de Hillier et al. - al igual que las de P. Boudon y P. Eisenman - pueden analizarse todas ellas como esfuerzos por desvelar el vínculo existente entre lo fáctico y lo posible de las configuraciones espaciales, canalizado en los tres casos hacia un método de representación que nos conduce a plantear las semejanzas entre la naturaleza de los hechos tal como acontecen en un contexto real y la naturaleza de los mismos hechos abstraídos en dicho sistema de representación. Son precisas, no obstante, algunas puntualizaciones:

- El primer punto es que estos enfoques - en especial los de Boudon y Hillier et al. - no son sino una contracción de las experiencias del lugar tal como han sucedido en la extensión espacio-temporal de la historia de las culturas, y a esta potencia reductiva se puede retrotraer la posibilidad de un sentido:"El lugar geométrico y el lógico coinciden en que ambos son la posibilidad de una existencia " nos dice Wittgenstein (Tractatus, 3.411); el hombre puede crear lenguajes sin tener una idea de cómo y qué significa una palabra (o su equivalente en un lenguaje formal), y entonces no cabe decir que lo expresado en tal lenguaje sea verdadero o falso, únicamente podemos mostrar su carencia de sentido. Y el sentido de todas estas teorías se apoya en un doble gesto de extensión - todas las formas espaciales se deben poder generar mediante las operaciones expuestas - y de comprensión - tales operaciones deben elaborarse a partir de un número mínimo de conceptos primitivos -. La posibilidad se manifiesta entonces en el intento de ampliar la capacidad representativa de estas operaciones. Russell /1940/ mantiene que "en todos los casos de posibilidad hay un elemento temático (subject) que es una variable, definida si satisface alguna condición que muchos valores de la variable satisfacen, y que de estos valores algunos satisfacen una condición ulterior mientras que otros no; decimos entonces que es 'posible' que el elemento temático pueda satisfacer esta condición ulterior" (9.b). Así se entiende que mediante una operación sea posible describir múltiples objetos espaciales; ello no quiere decir que todos ellos queden descritos a la perfección, sino que los rasgos representados bastarán para reconocer tal o cual objeto cuando lo encontremos en la realidad. Y nótese además que, ampliando los valores que la variable mencionada puede satisfacer, seremos capaces de elaborar órdenes de complejidad monótonamente crecientes, que están, a su vez, integrados internamente. En consecuencia, la inteligencia de la operación teórica no está tanto en la perfección de la réplica cuanto en la amplitud y coherencia del campo de posibilidad.

- La segunda cuestión se vincula en muchos puntos con la anterior y el primero que contribuyó a aclararla de una manera decidida fue G. Frege /1892/: "mientras que no existe objeción alguna para hablar del sentido sin más, en el caso de la representación, en cambio, para ser estrictos, hay que añadir a quién pertenece y en qué momento. <u>Si duo idem faciunt, non est idem</u>" (10). Por ello son pertinentes las distinciones de Ch. Alexander entre los procesos "conscientes e inconscientes de sí mismos" y la de N.-Schulz entre la visión individual, comunitaria y científica del mundo circundante; por ello se han utilizado diferentes geometrías en diferentes estilos, y por ello parece oportuno dedicar un momento a la generalización y otro a la concreción.

El problema se hace especialmente agudo en Hillier et al., dado que

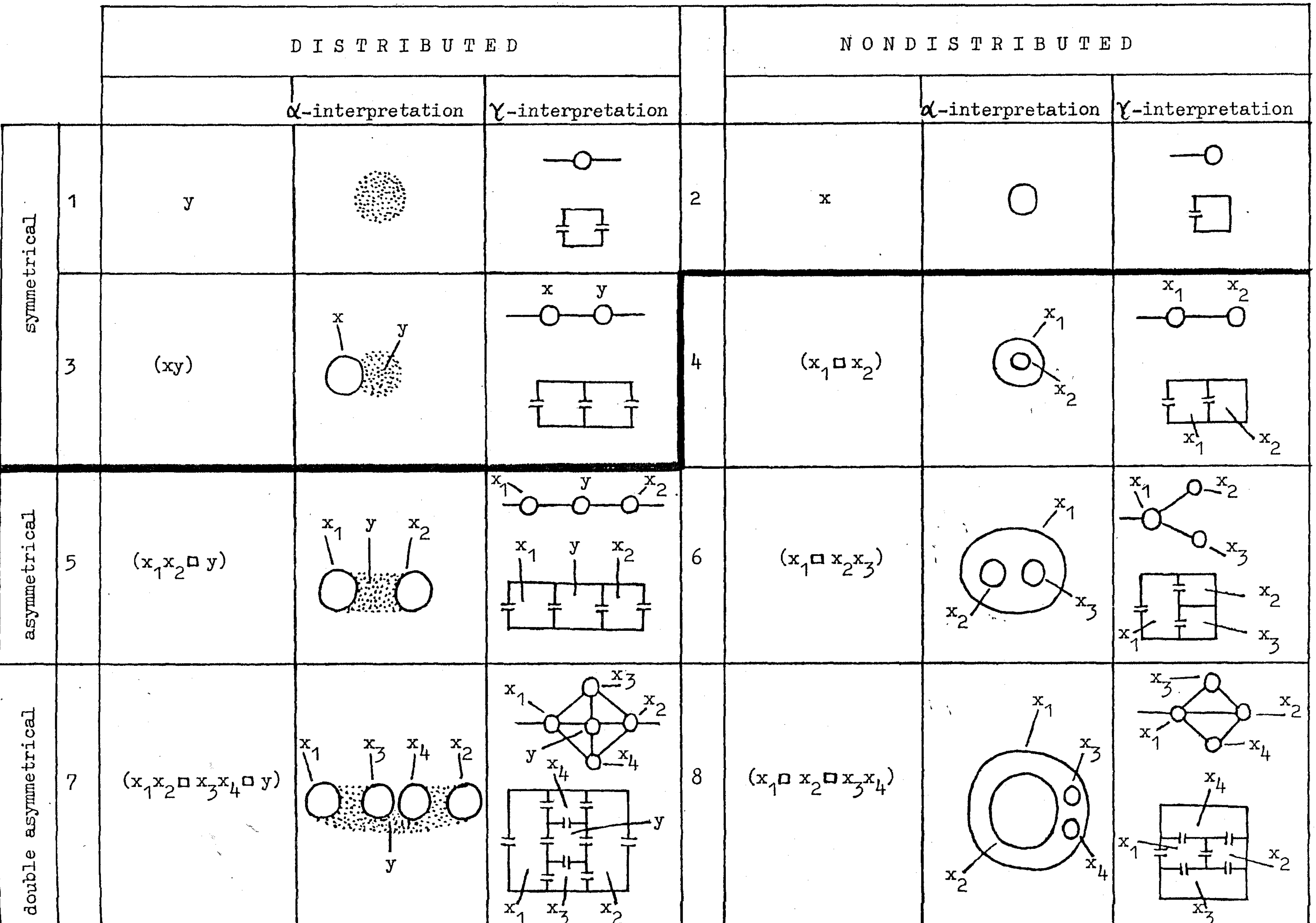


Fig. 2.3.- Interpretaciones de las operaciones sintácticas espaciales, según B. Hillier et al.

con el mismo *nombre* refieren a diferentes objetos. Dejemos hablar a B. Russell /1940/: "Cuando decimos que las expresiones '*xPy*' e '*yPx*' - donde *P* es una relación asimétrica - son incompatibles, los símbolos '*x*' e '*y*' son universales, puesto que en nuestra frase hay dos ejemplos de cada uno; pero pueden ser *nombres* de particulares ... Así, existe en tales casos una ausencia de homogeneidad lógica entre el símbolo y su significado: el símbolo es un universal mientras que el significado es un particular. Este modo de heterogeneidad lógica es responsable de conducir a confusiones". Mas aún si cabe en el caso que comentamos, pues la misma expresión se utiliza para representar hechos espaciales correspondientes a la escala del objeto arquitectónico, del vecindario o de la ciudad ¡con la misma fórmula! Es pertinente recordar, asimismo, que la "relación de un símbolo con su significado necesariamente varía según el tipo de significado y este hecho es importante en la teoría del simbolismo" (11).

Eisenman y, sobre todo, Hillier et al. hacen caso omiso de la advertencia divulgada por los pensadores de la moderna filosofía del lenguaje (12) en el sentido de que no todos los juegos lingüísticos son nominativos, por lo que se entiende la descripción de objetos por definición ostensiva, remitiendo a ellos al pronunciar su nombre. El empeño de Eisenman en sobrevalorar los aspectos notacionales le fuerza a referir a objetos particulares como portadores de cualidades generales de las que se derivan esquemas conceptuales de supuesta validez universal; en especial, las diferencias entre su información notacional y espacial nacen de dos representaciones, más que de la pretendida naturaleza doble de los hechos descritos. A Hillier et al. se puede aplicar literalmente lo comentado por Russell, basta cambiar el signo *P* por su signo de inclusión, $\sqsubset$, y repetir el texto; al mismo tiempo, la aplicación de su teoría a diversas jerarquías espaciales nace, no de su formulismo, sino del carácter metalingüístico de su base grafo-teórica.

2.2.- En busca de un lenguaje

Una vez expuestas algunas de las contribuciones a una teoría general de las formas espaciales, hemos de adelantar nuestra propia visión de los hechos, buscando un lenguaje, entendido como sistema representativo que permita valorar las anteriores contribuciones así como ofrecer un criterio de falsabilidad de nuestras propias afirmaciones. Para hallar tal "lenguaje" nos planteamos dos preguntas:

- ¿cuál es su naturaleza específica?, y
- ¿cómo se desarrolla la estructura de dicho lenguaje y se integran en ella sus aspectos esenciales?.

Es pertinente aclarar que nuestro interés se dirige hacia la lógica que subyace a los lugares de los establecimientos humanos y la descripción adoptada es, en principio, a-semiótica, por lo que no trataremos cuestiones de significación y consideraremos nuestro sistema representativo como un cálculo abstracto.

En todas las contribuciones expuestas en páginas anteriores hallamos la convicción de que las formas de los asentamientos humanos son finitas, es decir, clasificables y reducibles por recurrencia a un número limitado de operaciones, pero, al mismo tiempo, tales formas presentan una variedad suficientemente amplia como para ser compatibles con una multitud de sociedades, y, en consecuencia, si se elabora una teoría unitaria, ésta ha de ser flexible, ya que se aplicará a múltiples contextos. Estas razones llevan a Hillier et al. /1976/ a considerar que los lenguajes mórficos deben situarse a mitad de camino entre los lenguajes naturales y los simbólicos - que como veremos serán matemáticos en nuestro caso - :

* Los primeros intentan representar el mundo tal como se le aparece

al sujeto que lo interpreta, es decir, intentan comunicar un significado que no recuerda en modo alguno al lenguaje mismo, y, para desarrollar la función de representar dentro de un universo suficientemente rico, disponen de

- un conjunto de unidades primarias, con una fuerte individualidad,... cada palabra difiere de todas las demás y representa diferentes cosas;
- y una estructura formal parsimoniosa y permisiva, en el sentido de que muchas frases pueden estar bien formadas y carecer de sentido.

En breve, sus características son una gramática o conjunto de reglas "relativamente reducida, posiblemente convencional, y un gran léxico".

** Contrastando con ellos, los lenguajes matemáticos disponen de léxicos reducidos - tan pequeños como sea posible -, y sintaxis enormes, ya que toda su estructura se elabora a partir de un léxico inicial minimo. Estos lenguajes no representan el mundo tal como se nos aparece porque las unidades genéticas primarias no representan cualidades peculiares, sino que poseen un carácter abstracto, precisamente son útiles porque nos permiten llegar a principios estructurales generales, que, por ser abstractos y profundos, son aplicables a ciertos niveles del mundo real.

*** Los lenguajes mórficos comparten parcialmente propiedades de los antedichos. Como los lenguajes matemáticos

- poseen un léxico inicial relativamente reducido: no se precisa ser un experto para reconocer una obra de Le Corbusier o F. Lloyd Wright, o para aislar las diferencias existentes entre una ciudad romana y una barroca; en todos estos casos tal reconocimiento es posible porque los rasgos presentes son limitados y recurrentes.
- Esta recurrencia indica una primacía de la estructura sintáctica y la posibilidad de construir tales objetos a partir de un sistema ini

cial mínimo.

- Y, por último, su carácter se nos manifiesta mediante el uso.

Al igual que los lenguajes naturales pueden ser corroborados en el mundo empírico, - es decir, que diferentes representaciones han de corresponder a objetos diferentes, en el sentido de ser objetos con distintas cualidades o corresponder a diferentes universos - y son compatibles con el dinamismo de las agrupaciones sociales.

Aunque aceptamos algunas de las ideas de Hillier et al. en lo referente a su afirmación de que los lenguajes mórficos comparten cualidades de los lenguajes naturales y matemáticos, no podemos seguirlas al pie de la letra; y en realidad las razones arriba expuestas ya difieren ligeramente de las indicadas por ellos. Los motivos que nos llevan a preferir una representación matemática para la descripción de la estructura de los lugares se basan en la oportunidad de utilizar la topología para delimitarla; así, Atkin /1974/ indica que una representación de tal estructura

"1) ha de ser tan concreta como sea posible; lo que implica que idealmente debe ser matemática;

2) ha de poder expresar la estructura física a la vez que la estructura funcional y del mismo modo, presumiblemente ello habrá de hacerse en un espacio matemático abstracto;

3) debe ser algorítmica, es decir, debe ser capaz de proveer un algoritmo operativo mediante el que se pueda pasar directamente del medio-ambiente físico y funcional a la estructura matemática; y

4) debe ser su propio metalenguaje; lo cual es un requisito esencial para poder comentar la estructura a diferentes niveles jerárquicos sin que parezca que se hace artificialmente" (13).

Todos estos puntos forman aspectos básicos en diversas líneas de investigación, en ocasiones dispares o correspondientes a diferentes disciplinas, y por ello nos parece preciso puntualizar su relevancia en este trabajo:

1) El primero nos sugiere que la estructura elegida ha de ser económica y adecuada a nuestras necesidades operativas; al mismo tiempo, puede observarse que es arriesgado elegir una serie de componentes básicos antes de elaborar una estructura, pero, obviamente, en el desarrollo de una teoría siempre ha de darse algo por supuesto y reajustar convenientemente sus elementos una vez corroborados empíricamente; es imposible exponer dicho proceso de reajuste con todo detalle, sólo suele insinuarse, por lo cual la mayoría de las investigaciones ofrecen un sospechoso carácter inductivo: parece como si, una vez expresados los propósitos, todo se ajustase para probarlos; por ello, hemos decidido basar los supuestos aquí expresados en un ramillete de teorías anteriores cuya validez puede ser juzgada.

Además resulta que, en múltiples ocasiones, aunque no se pretendiera hacer una teoría topológica, los conceptos cardinales adquieren su auténtica trascendencia cuando se inspeccionan desde un punto de vista matemático: tal es el caso de Ch. Alexander /1966/ quien criticó los presupuestos de la planificación funcionalista en la que se dividía la estructura urbana en sectores de diferentes funciones, los cuales eran distintas ramas de un "árbol", para proponer una nueva estructura de semirretículo como más representativa de la estructura real de las ciudades "naturales". Puede argüirse que tanto el árbol como el semirretículo son estructuras grafo-teóricas aplicables a unos cuantos casos, pero no a la generalidad; ambas pueden incluirse en la noción de <u>complejo simplicial</u>, que es el concepto topológico más abstracto de los vinculados a una descripción de estructuras. Consta sencillamente de elementos (espacios, funciones, ...) y relaciones (accesibilidad, contigüidad, tráficos, ...), y de sucesivos niveles jerárquicos definidos por inclu sión en un nivel inmediatamente superior, que queda caracterizado tras haber introducido un criterio de dimensión topológica, que nada tiene que ver con la medida, concepto métrico, no topológico. El criterio de dimensión topológica puede adoptarse mediante inducción, diciendo que un espacio topológico tendrá dimensión n si cualquiera de sus partes arbitrariamente elegida puede delimitarse mediante conjuntos de dimension n - 1; por tanto, para dotar de coherencia a este criterio, el conjunto nulo o vacío tendrá dimensión -1. Podemos afirmar que un punto es un simplex cero-dimensional y que un segmento de línea recta es un simplex uno-dimensional, y así sucesivamente; de modo similar resulta entonces que un estudio topológico del lugar adquiere sentido únicamente cuando se opera por niveles, o mediante elementos que los vinculen, por ello Norberg-Schulz /1971/ aborda la descripción del medio-ambiente basándose en las nociones de dominio, camino y lugar, que pueden derivarse de los conceptos topológicos elementales de entorno, límite y clausura, tal como los expusiera K. Menger /1940/, o haciendo uso de las aportaciones de Atkin /1974/ a una descripción matemática, precisa y global de la estructura del lugar.

En cualquier caso, debe hacerse una puntualización sobre el criterio de la economía operativa al elegir las nociones de partida: nos referimos a la llamada "navaja de Ockham" (entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem), que se halla en la base de la elaboración de sistemas hipotético-deductivos que constituyó la revolución ideológica y científica del Renacimiento y, por tanto, del pensamiento moderno. Se nos dice que no pueden asumirse ni mas causas, ni causas mas complejas de las necesarias para dar cuenta de los fenómenos; ahora bien, el énfasis suele ponerse en la primera parte de la frase, eligiendo un número mínimo de causas, pero se olvida la segunda, cuyo punto central lo hallamos en el término necessitatem: el proceso racional de Ockham parece reductivo, desde una multiplicidad de causas posi bles a un número limitado de causas clave, que describen la mayor parte de la conducta del sistema, pero aún quedan algunas características residuales, cuya relevancia se desprecia porque para Ockham no se necesitan.

El malogrado D. L. Clarke /1968/ delimitó la especificidad de los elementos iniciales y su relación con el carácter dinámico de los establecimientos humanos al apuntar que existen "varios cambios en los sistemas culturales que no pueden considerarse consecuencia de la transformación de un único atributo o entidad, o de un solo cambio medio-ambiental; lo cual no descarta que esto pueda ser así, pero lo convierte en un caso límite". De donde ha de seguirse que "no deben asumirse como necesarias para dar cuenta de las transformaciones de sistemas culturales sencillos ni excesivamente pocas causas, ni causas sencillamente dependientes de un solo factor" (14). Este requisito nos lleva a adoptar una visión holística (global) de un sistema de lugares que sea, al mismo tiempo, compatible con descripciones locales: ambas características se hallan implícitas en las nociones de complejo simplicial y de grafo.

2) El segundo punto es más complejo y tiene una doble faz. En principio pudiera creerse que actividades y espacios son entidades incompatibles en una representación, pero, incluso considerándolas de naturaleza dispar, pueden asimilarse a la estructura descrita, mediante una sencilla correspondencia entre espacios y actividades, de acuerdo con las concepciones de D. L. Foley - M. M. Webber /1964/ y de D. Crowther - M. Echenique /1972/ sobre la estructura metropolitana, ya citadas en la Seccion 1. Nuestra estructura topológica sería entonces un subconjunto del producto cartesiano A X B, don A fuera el conjunto de espacios y B el conjunto de actividades, que puede representarse en forma matricial, una vez elegida una jerarquía de los valores de interacción entre dichos elementos.

Por otra parte, podría suponerse que una correcta representación de los hechos es, al mismo tiempo, una explicación de los sucesos, siguiéndose así el criterio chomskyano de la semejanza entre las estructuras cognoscitivas y las estructuras del lenguaje. Consideraremos aquí que esto no puede aceptarse a priori puesto que, aunque las estructuras del lugar sean artificiales - resultado de la actividad del hombre -, también dependen en gran medida de preexistencias de la naturaleza; podemos admitir, sin embargo, la existencia de una semejanza entre la descripción de las cualidades topológicas de una configuración espacial y los modos de interacción entre el sujeto y el medio-ambiente en lo que J. Piaget /1975/ denominó "una equilibración de las estructuras cognoscitivas". Tal morfismo es posible, como ya se ha dicho en la Seccion 1, a través de la función desarrollada por las negaciones al elaborarse ambos niveles estructurales, y nos ofrece la posibilidad de hablar de invariancias en un sentido estático (relaciones espaciales entre objetos pertenecientes a una jerarquía del lugar o entre jerarquías solidarias), así como dinámico (constancia de la interacción espacio-actividad).

Estas invariancias son la evidencia de un cierto equilibrio de las formas espaciales entendidas como sistemas o procesos dinámicos, cuyos fenómenos varían a lo largo del tiempo. En virtud del mencionado equilibrio podremos predecir algunos hechos, en el sentido de que ciertas cualidades estructurales serán propicias a producir cambios en el sistema mientras que otras pueden considerarse estables. Las variaciones pueden sacarse a la luz mediante <u>secciones</u>, es decir, representaciones matriciales de las conexiones entre un conjunto formado por espacios o jerarquías topológicas más las actividades alojadas en ellos, y al correlacionar las variaciones del conjunto de actividades con las del conjunto de conexiones, comparando dos secciones correspondientes a dos tiempos distintos, se pueden medir los cambios de la estructura espacial entendida como proceso según la concepción de D. L. Foley.

3) El tercer punto, el uso de algoritmos, ya fue introducido en otro contexto (Symposium de Castelldefels, 1972) por G. H. Broadbent (15) a propósito de los afanes generativos de N. Chomsky y su posible utilización en arquitectura. Broadbent se refería a que tal carácter generativo debía remitirse a la Teoría de los Algoritmos de A. Markov /1954/ definidos por el matemático soviético como "prescripciones exactas que, definiendo un proceso de cálculo, llevan de los diversos datos iniciales al resultado deseado", exigiendo que tales procesos fueran

a) definidos, no debían dejar lugar a la arbitrariedad y habían de ser universalmente comprensibles;

b) generales, una vez descritos ciertos límites, habría de ser posible partir de datos cualesquiera; y

c) conclusivos: si el algoritmo se alimentaba con datos adecuados, había de conducir con certidumbre al resultado deseado y, una vez logrado este, el algoritmo cesaría de actuar.

Dada la complejidad de los sistemas culturales, parece que es pertinente elegir para el uso de algoritmos cualidades iniciales suficientemente abstractas - tal es el caso de las propiedades topológicas - y elaborar estructuras lógicas en las que puedan incluirse objetos espaciales específicos, pero generar mediante algoritmos cualquier configuración concreta con todos sus matices es una meta que aún encuentra sus obstáculos.

Esta dificultad ha llevado a describir tipologías como situaciones fenoménicas; así, Ch. Alexander /1977/ proporciona con sus "patterns" una amplia lista de estos estados, que pueden adoptarse en estado puro o combinados entre sí.

Lo trascendente es que actuando de este modo no se parte de un número mínimo de nociones topológicas, sino de un léxico amplio de configuraciones espaciales correspondientes a una cultura específica; las dificultades están relacionadas entonces no sólo con la formación exhaustiva de configuraciones, sino con la catalogación de estos patterns de acuerdo con un número reducido de criterios.

4) El último punto tiene cierta tradición: dado que se precisa conocer hasta donde llega la capacidad formalizadora de una teoría, pues desde Gödel se entiende que ésta no puede demostrar por sus propios medios o por medios mas débiles su propia ausencia de contradicción, suele referirse siempre a un nivel conceptual más alto que el utilizado en la teoría; de este modo Ch. Alexander, quizás a pesar suyo, al sugerir que las ciudades naturales no tienen estructura de árbol, forzó a que los planificadores se plantearan la justicia de sus decisiones comparando cualidades estructurales en lugar de las características locales de los diferentes sectores urbanos.

Claro está que procediendo así podríamos seguir hasta la saciedad sin saber qué cualidades estructurales elegir, por lo cual parece sensato utilizar un lenguaje que sea su propio metalenguaje y pueda aplicarse a diferentes niveles en los que, por así decirlo, la gramática sea la misma, pero varíe la referencia y, por lo tanto, su sentido; hechos estos que J. Piaget /1971/ ya expresó al apuntar que "toda forma es contenido para formas más complejas y todo contenido es forma de lo que contiene". Tal maleabilidad del lenguaje se halla en la Teoría de Grafos, cuando estos se aplican a diferentes niveles de las configuraciones espaciales de un lugar, en lo que aquí llamaremos grafos arquitectónicos y grafos urbanos: dichas representaciones se apoyan en ambos casos en las nociones básicas de dualidad, planaridad y conectividad que caracterizan a la topología combinatoria, pero varían en la referencia a la que hacen mención, por lo cual se debe especificar el universo al que se aplican, y es deseable obtener correlaciones entre diversas propiedades de universos diferentes.

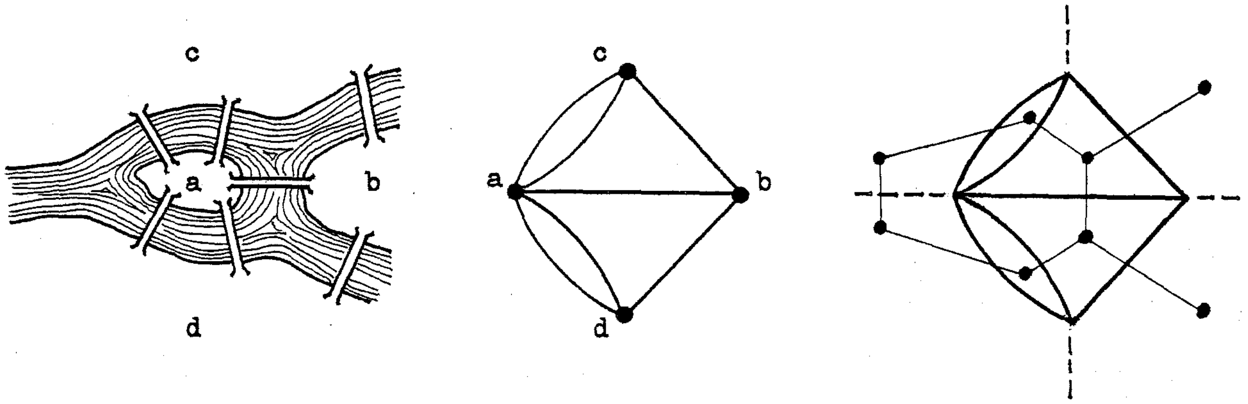
2.2.1.A. Nociones básicas de una concepción grafo-teórica

Un metodo de representación con las propiedades buscadas se halla, como hemos dicho, en la Topología combinatoria, en sus variantes de la Teoría de los complejos simpliciales y de la Teoría de Grafos, ambas identificables en una sola concepción, cuya primera parte desarrolla los aspectos algebraicos de esta topología, mientras que la segunda expone sus cualidades estructurales y formales, y a la que dedicaremos más atención.

La Teoría de Grafos surge como por casualidad con la descripción de un lugar, Königsberg, llevada a cabo por Euler como pasatiempo al preguntarse si, partiendo de una zona de esta ciudad, podrían recorrerse todas las demás cruzando todos sus puentes una sola vez y volver al punto de partida. Para plantear su problema Euler realizó una descripción esquemática que aquí incluimos, representando las diversas zonas e islotes de la ciudad por puntos (a, b, c, d), y uniendo con una línea aquellas entre las que hubiera acceso, líneas que son una abstracción de la conectividad proporcionada por los puentes. Si estos se habían de pasar una sola vez el número de líneas incidentes en a, b, c y d debía ser dos o par, para llegar a estas zonas tantas veces como de ellas se parte; y esto no sucede en ningún caso, luego el problema no tiene solución. Lo que a nosotros nos importa es que en este divertimento hay dos asuntos de interés en arquitectura: la conexión entre va rias regiones o zonas, y los recorridos entre ellas, asimilables a la noción de conectividad descrita más adelante.

A. Dualidad

Comparando la descripción esquemática de Euler con un mapa convencional, podemos introducir la primera de las propiedades grafo-teóricas básicas,



la dualidad. Hay en esta "conjetura de los puentes" dos representaciones de un lugar:

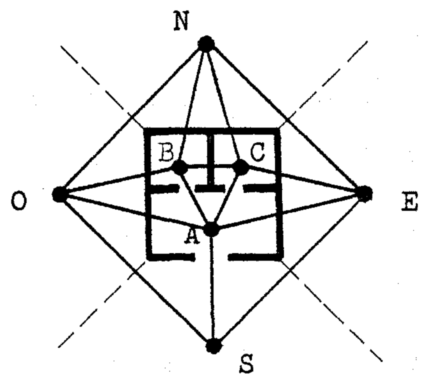
- un mapa, es decir, una figura que permite establecer una correspondencia entre los puntos reales del espacio y los puntos de la representación,

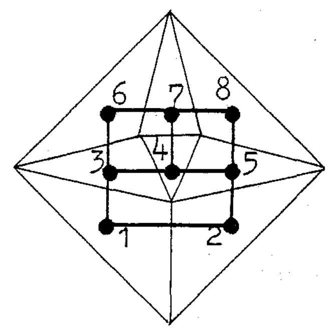
- y el diagrama de Euler, que es una versión simplificada del mapa anterior. Ambas son equiparables, una es la dual de la otra, y viceversa, con lo que se indica que la versión simplificada se obtiene asimilando cada una de las regiones o zonas a un punto y uniendo mediante una arista las regiones contiguas; y, si se aplica el mismo procedimiento al diagrama simplificado, nos encontraremos con un diagrama semejante al inicial.

Ilustraremos esta operación con un habitáculo sencillo que consta de tres dependencias dispuestas según el siguiente programa:

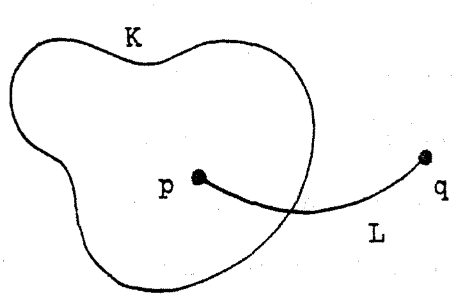
- la dependencia A es contigua a B y C, y está orientada al Sur, Este y Oeste;
- la B es contigua a A y C, y da al Norte y Oeste;
- la C es contigua a A y B y se orienta al Norte y Este.

Queremos dibujar su grafo y, para ello, representamos cada dependencia mediante un punto y marcamos las adyacencias que el programa nos indica, resultando el primer grafo de la figura adjunta. Si representamos ahora cada una de las regiones rodeadas por las aristas del grafo mediante los puntos 1, 2, 3, ..., 8, y unimos las zonas contiguas por una línea, volvemos a encontrar el plano del habitáculo inicial.





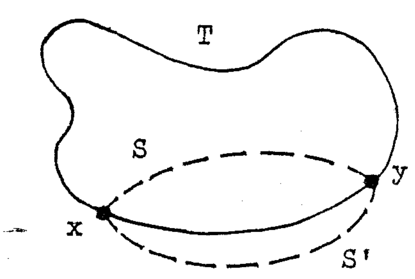
Los grafos ABCNESO y 12345678 son duales, hecho que ayuda a comprender el aforismo de Le Corbusier: "**el dentro** es un fuera contenido", cuya belleza nace, en este contexto, de su ambivalencia: no nos obsesiona aquí ni el interior ni el exterior, nuestra convicción principal - compartida con Aldo van Eyck (16) - es que la arquitectura se localiza en el término medio entre ambos, en la relación entre ellos, en el gesto que los sicólogos ambientales han descrito como "la apropiación de un dominio". Y, si estas ideas parecen algo esotéricas, aún podemos acudir a un recurso adicional, el teorema de la curva de Jordan, donde lo antes expuesto se expresa de modo inmediato:



Supongamos una curva K, continua y cerrada, sobre el plano (y que puede entenderse aquí como la demarcación de un dominio o una región sicológica, según la acepción de K. Lewin); tal curva divide al plano en dos partes, una interior y una exterior, y cuando un punto p de la parte interior se conecta con un punto q de la exterior mediante una curva continua L, entonces L corta a K: este hecho parece tan claro que casi sobran palabras, pero se necesita precisar que la región interior debe ser conexa, es decir, carecer de "islas", lo que equivale a que, dados puntos p, s, siempre existirá una curva continua que los una, esto es, no habrá puntos inaccesibles. Al mismo tiempo, la intersección de L y K sugiere un mecanismo que la regule, facilitando el tránsito entre ambas regiones, lo cual lleva a la aparición de conectores (puertas, puentes, ...) que dotan a las regiones de un carácter topológico variable: en ocasiones el interior estará absolutamente cerrado, será inexpugnable, pero, si se requiere, la frontera que lo circunda podrá quebrarse, permitiendo el tránsito entre ambas regiones, interior y exterior.

Igualmente, estos hechos implican que, una vez adoptado el criterio de la economía operativa de Ockham, los multigrafos (grafos con más de una arista entre dos puntos) y los seudografos (grafos con aristas que unan a puntos consigo mismos) son redundantes para un análisis sintáctico: los primeros porque la variabilidad topológica ya está implicada con la existencia de una sola línea o arista entre dos puntos, y los segundos porque el carácter conexo - una región debe poder vincularse a sí misma - es una condición sine qua non para estas representaciones.

Más trascendental para nuestro argumento, y directamente relacionado con el tema de la dualidad, es el siguiente corolario: Si dos puntos x e y, situados sobre una curva cerrada T, se conectan mediante una curva S que no corta a T de ninguna otra manera, entonces S se halla por completo o bien en la región interior o bien en la región exterior. Pero observando la figura adjunta se comprende que el razonamiento es igualmente válido si la cur



va de partida es SS' y T la secundaria; y es que las cualidades de un grafo se encuentran abstraídas en su dual, hecho que tomaremos como punto de partida en posteriores clasificaciones de los temas sintácticos recurrentes en diversas formas arquitectónicas y urbanas.

Puede objetarse ahora que, en algunas ilustraciones del texto, hemos dividido la región exterior en cuatro partes en lugar de mantenerla única. Tal partición resultaba allí útil porque el habitáculo comentado era cuadrado, pero es oportuno indicar que:

a) Las distinciones entre cuadrado, redondo o triangular carecen de sentido en un estudio topológico, esto no conlleva una eliminación absoluta de estas figuras y pueden introducirse si resulta útil, sino que la topología se ocupa de propiedades más generales; no obstante, algunas configuraciones gráficas se prestan a establecer una afinidad natural con algunas formas geométricas - como veremos en su momento - pero ello es consecuencia del número de elementos relacionados y del orden específico de las relaciones en la estructura gráfica. Tal peculiaridad puede utilizarse en nuestro provecho - como L. March y P. Steadman sugieren al comparar algunas obras de F. Lloyd Wright - ya que, a partir de una sola configuración gráfica, pueden obtenerse varias distribuciones con sólo pequeños ajustes geométricos si se desea conseguir cierta variedad proyectual; y, a la inversa, todas ellas corresponderán a un mismo tipo cuando la finalidad sea puramente taxonómica (véase la figura 2.4).

b) El espacio exterior puede considerarse único, y así operaremos en adelante, permaneciendo todo lo dicho sobre dualidad con la misma validez. Ahora bien, en ocasiones interesa conjuntar un desarrollo topológico y uno modular, entonces bastará recordar, si se desea utilizar una sola figura, que sólo las particiones cuadrangulares, triangulares y exagonales del plano lo cubren por completo (se trata de las llamadas "tramas regulares"), y

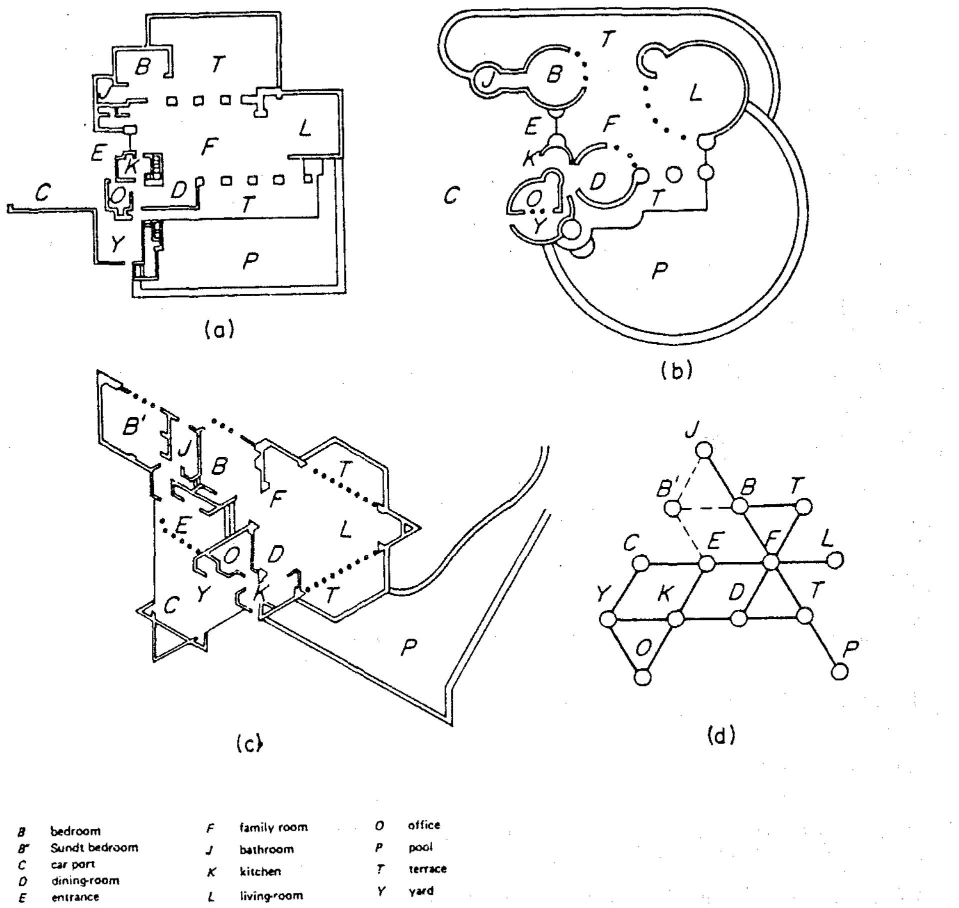
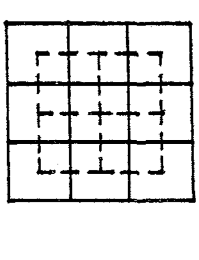
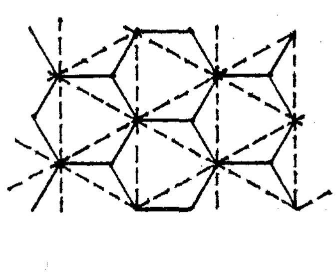


Fig. 2.4.- Tres proyectos de F. Ll. Wright correspondientes a un mismo grafo (d): (a) Casa para una familia con ingresos de 5.000-6.000 dólares /1938/. (b) Casa Ralph Jester /1938/. (c) Casa Vigo Sundt /1941/, ésta con un dormitorio más -B'-. La fig. procede de March y Steadman /1971/, RIBA Pub., Londres.

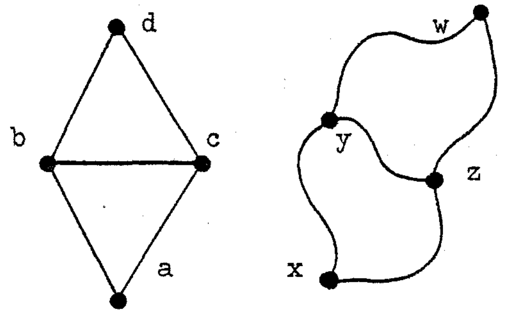
a ellas corresponden dos únicos tipos de dualidad: las tramas cuadrangulares son duales de sí mismas, y las triangulares y exagonales son recíprocamente duales; por tanto, bastará dividir el espacio exterior en cuatro o tres partes, y estas últimas se coordinan a triangulos o exágonos según que se orienten hacia ellas vértices o aristas.





B. Planaridad

Hasta aquí hemos venido operando en el plano, dando por supuesto que era correcto proceder de este modo, pues tal actitud ofrece innegables ventajas; es preciso, no obstante, establecer definiciones precisas de la planaridad y explicar los motivos que nos llevan a actuar en el sentido indicado: un grafo es <u>topológico plano</u> si puede dibujarse sobre un plano de modo que todos los vértices sean puntos distintos, las aristas sean líneas sencillas y no haya ninguna pareja de aristas que se crucen excepto en los vértices; el ejemplo más inmediato es un mapa geográfico, que es un grafo topológico plano, sin islas, y en cuyos vértices inciden tres o más aristas. Se ha de tener presente que dos grafos planos, como el <u>abcd</u> y el <u>xyzw</u>, no se consideran distintos si se pueden hacer coincidir uno con otro mediante deformaciones elásticas del plano.



Igualmente, se relaciona con este tema el desarrollo de las formas poliédricas: en ellas, al igual que en un grafo plano, una <u>cara</u> es el área del plano limitada por las aristas (o líneas del grafo), y que no contiene ni vértices ni aristas en su interior. Al colocar un desarrollo poliédrico sobre el plano siempre existe una <u>cara infinita</u> que rodea a todas las demás (la periferia de un plano arquitectónico), y cada cara finita tendrá un <u>contorno</u>, que es el ciclo formado por las aristas que la limitan, siendo el contorno de la cara infinita el conjunto de aristas que la separan de todas las demás; asimismo, dos caras son <u>adyacentes</u> si sus contornos tienen al menos una arista en común, pero dos caras que sólo se encuentran en un vértice no son adyacentes.

Hablamos de caras no como si se tratara de un pasatiempo geométrico, sino porque una cara se considera como una sucesión de espacios en virtud del principio de dualidad de las representaciones gráficas; además, al considerar su parentesco con las relaciones algebraicas, ofrecen un nexo sutil con la noción de orden. La que aquí interesa, para la definición de base y para precisiones taxonómicas, es la de orden parcial ($\leqslant$), que es una relación antisimétrica y transitiva; tal relación puede asociarse a un grafo (X,Γ) - donde X es el conjunto de puntos y Γ el de líneas - y a las descripciones espaciales de manera bien sencilla: para dos vértices, x, y, diremos que x precede a y ($x \leqslant y$) si son el mismo punto o si existe un camino que vaya de x a y. Este concepto nos permite asimilar propiedades espaciales y temporales en un solo desarrollo, pero nos impone, al mismo tiempo, distinguir entre dos concepciones de la variable tiempo cuando se utiliza ésta en trabajos morfogenéticos: el tiempo sincrónico, relacionado con los recorridos que se realizan en una configuración espacial, posee las connotaciones del orden parcial, de ser anterior o posterior, pero no se cuantifica, no requiere ser tratado como duración, que es la cualidad principal del tiempo diacrónico, dependiente de una unidad que sugiere así el carácter de escala, mediante la que se comparan varias formas de un mismo periodo o mediante la que se puede seguir la evolución de un tipo.

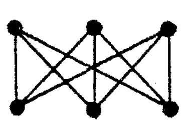
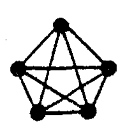
El orden será total si se puede comparar todo par de puntos, es decir, si, dados dos puntos, - x, y -, o bien x precede a y, o bien y precede a x; de donde se sigue que todo grafo fuertemente conexo corresponde a una relación de orden total, y por eso tales grafos se denominan totales.

Pudiera parecer que todas estas nociones se hallan muy lejos de los intereses del arquitecto o del planificador, pero, como T. Maldonado indicase en su "Ciencia y proyectación" /1964/, "actualmente ya no se discute el valor pedagógico de la topología, sobre todo en lo que se refiere a la formación intelectual del proyectista. En realidad, la topología prepara al proyectista a afrontar los problemas con una mentalidad diversa. Con su ayuda descubre que proyectar no significa siempre ocuparse de problemas de dimensión, forma y posición, sino también de problemas de orden, continuidad y proximidad" (18). Como veremos en la exposición de temas sintácticos, las operaciones así adquiridas no constan de un solo rasgo, sino de una multitud de matices sintetizados en un tema cuya materialización física depende tanto de las preexistencias ambientales como de las actitudes del diseñador.

Pues bien, sabido lo que es un orden, diremos que un subconjunto B de X es una base del grafo (X,Γ) si, dada una pareja cualquiera de puntos de B, ninguno de ellos precede al otro y, dado un punto x, no perteneciente a B, existe algún punto b de B a quien x precede. Y resulta que los contornos de las diferentes caras finitas de un grafo plano G forman una base fundamental de ciclos independientes , teorema del que se deducen dos corolarios importantes:

a) la llamada fórmula de Euler, no sólo aplicable a las formas poliédricas, sino también a los grafos, y nos encontramos con que,en todo grafo plano y conexo,caras + vértices = aristas + 2, debiéndose incluir en las caras la infinita; o la expresión equivalente, más general y válida para grafos con varios componentes conexos: ciclos + aristas = = vértices + componentes conexos;

b) en todo grafo plano hay un vértice cuyo grado (es decir, el número de aristas incidentes en un vértice) es menor o igual que 5.

Pero,ante todo, un método expeditivo para reconocer si un grafo es plano o no es aplicarle el teorema de Kuratowski: la condición necesaria y suficiente para que un grafo G sea plano es que no posea subgrafos parciales de las formas $K_{3,3}$ y K_5 :   .

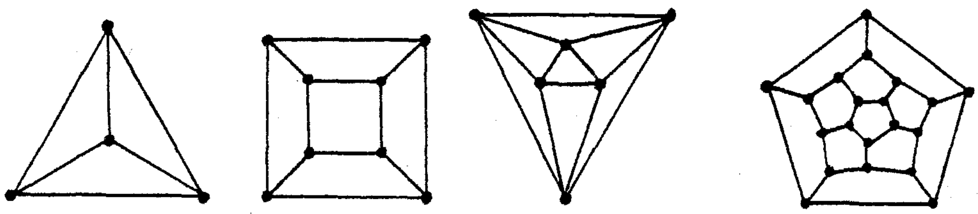
El tema de la planaridad es hoy algo más que un criterio para el reconocimiento de una clase especial de grafos, se ha convertido en un punto crítico en el debate sobre la sintaxis espacial. Unos plantean, razonablemente, que la realidad es tridimensional - o de cuatro dimensiones, si se incluye el tiempo -, otros arguyen, con no menor justicia, que las representaciones que proporcionan más información sobre la totalidad de un asentamiento urbano o de una obra arquitectónica, son planas. El centro del debate no se desarrolla entonces sobre el uso o rechazo de la planaridad, sino sobre la versatilidad de las representaciones, y no parece necesario recordar aquí cuales son los métodos utilizados cotidianamente por los profesionales: si el uso de representaciones planas hubiera sido en vano, su rechazo habría resultado inmediato; y es que un tratamiento sintáctico tiene sus límites, expresados en la aplicación de los términos "leer" y "escribir" a las operaciones proyectuales del "texto" arquitectónico, es decir, se trata de las operaciones que uno puede reconocer en una obra determinada, y de la elección de un elenco de operaciones que el profesional combina de un modo personal y específico. Si un enfoque, no trivial, de la planaridad nos lleva a exponer un sistema coherente de operaciones sintácticas, más amplio que el intuitivamente inmediato, parece poco inteligente despreciarlo.

Por otra parte, las motivaciones de un estudio de la planaridad se hallan en germen en la propia anatomía del cuerpo humano; la posición erguida expresa dos hechos: a) la horizontalidad de las plantas de los pies es el indicio mas elemental de que los recorridos humanos son horizontales o asimilables a una superficie horizontal, y de aquí que considerar las expresiones sintácticas con sentido como grafos planos sea una afirmación más profunda de lo que parece a primera vista; y b) la acción de la gravedad expresada en la vertical, lejos de eliminar el aspecto anterior, lo potencia, y cuando se opera con representaciones abstractas ambas características pasan a ser solidarias: como es bien sabido, en el cálculo diferencial cada faceta de un plano puede representarse por un vector perpendicular a ella.

No recurrimos arbitrariamente a estos hechos básicos de la fisionomía humana: en varias ocasiones (K. Lewin /1936/; A. Moles /1972/; J. Muntañola-Thornberg /1979/) se ha definido la estructura sicológica del medio-ambiente como una serie de cáscaras encajadas una dentro de la otra o como una serie de niveles íntimamente dependientes dentro de una jerarquía, entre los que existen semejanzas estructurales. De hecho, la definición gráfica más sencilla de un lugar se ajusta, según N.-Schulz, a la expresada por los dos rasgos expuestos más arriba. De esta manera, el cuerpo humano es el extremo inicial de una secuencia de semejanzas espaciales (cuerpo humano, hogar, vecindario, ciudad, ...) y la planaridad / dualidad es la componente cardinal en una descripción sintáctica elemental de un lugar.

Por supuesto que no olvidamos que en algunos edificios hay varias alturas, pero, si han de ser utilizadas por el hombre, siempre existirá un elemento (una escalera, rampa o similar), que los una, y que proporciona en la representación gráfica una arista adicional - lo que en la literatura especializada se denomina "un puente" -, que vincula tambien los grafos de ambos pisos, y la estructura del espacio es tal que el nuevo grafo así constituido puede describirse como plano sin pérdida de elementos esenciales; y si los niveles altos son inaccesibles, como sucede en algunos templos budistas, siempre se podrá mostrar una obra por sucesivas secciones planas.

Tampoco despreciamos las contribuciones de varios investigadores (Coxeter /1963/; K. Critchlow /1968/) sobre las cualidades de las formas poligonales complejas, pero el hecho es que, para transformarlas en formas arquitectonicas, se ha de recurrir a variantes o secciones que ofrecen planos horizontales. Ademas, toda forma poliédrica tiene una representación gráfica plana, cosa bien sabida por cualquiera que conozca los rudimentos de la Geometría Descriptiva, o puede lograrse mediante un método bien sencillo, procedente de la fórmula de Euler: haciendo que una de las caras sea la cara infinita, lo cual transforma el poliedro en cuestión en formas planas (denominadas sus 1-esqueletos), y se mantiene entonces en el plano la dualidad geométrica existente cuando se consideran como volúmen: el tetraedro es dual de



tetraedro cubo octaedro dodecaedro

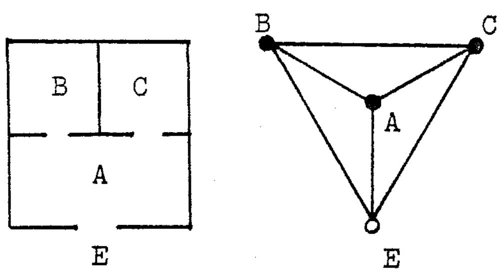
sí mismo; y el octaedro y el cubo por un lado, y el dodecaedro e icosaedro por otro, son duales entre sí.

No obstante, si se requiere una representación de todas las conexiones entre los espacios de una configuración dada, así como las correspondencias entre aquellos y el conjunto de actividades en ellos desarrolladas, uno puede acudir a la teoría de los complejos simpliciales y representar dichas correspondencias y conexiones mediante matrices de incidencia a través del concepto de <u>sección</u>, nociones estas que se introducen más adelante; baste saber por el momento que una sección describe las conexiones de un fragmento o subconjunto de la estructura total, y tendrá menores dimensiones que ésta (así, un plano puede tomarse como sección de una figura poliédrica, y ésta, a su vez, como sección de configuraciones en el espacio-tiempo).

Aunque los recursos gráficos se utilizan aquí casi con exclusividad para describir plantas, son igualmente útiles para la descripción de los alzados o secciones verticales de un edificio. El proceso es exactamente el mismo, y mucho más sencillo de llevar a cabo, puesto que entre las diversas plantas de una obra arquitectónica suele existir, por razones de economía constructiva, una semejanza homotópica, y el número de secciones requerido será finito, y, además, reducido.

C. Conectividad

La conectividad se halla vinculada a la naturaleza de las relaciones entre los elementos de un grafo y es uno de los temas iniciales de la conjetura de los puentes de Königsberg, donde apreciamos que el valor de un grafo radica en su capacidad de mostrar la estructura elemental de un conjunto como una serie de elementos y relaciones.



Volviendo al habitáculo antes introducido, hallamos en él tres dependencias A, B, C, y el espacio exterior E, y, como habíamos visto, representando cada una de ellas por un punto y uniendo mediante una línea los espacios adyacentes, resulta el grafo de la figura. Surgen de inmediato dos objeciones:

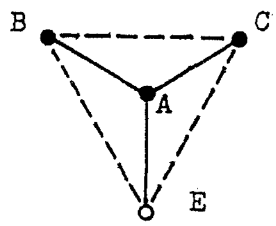
1) Las relaciones B-C, B-E, C-E son más debiles que las E-A, A-B, A-C; éstas son relaciones de accesibilidad y, mientras que dos espacios mutuamente accesibles son adyacentes, no hay razón alguna para que la afirmación inversa sea cierta. En estos casos, un escape para homogeneizar las representaciones es catalogar las relaciones según una jerarquía que puede tener tantos niveles como sea preciso para la coherencia de la estructura teórica; aquí serían:

i) ausencia de relación, puntos aislados: o o

ii) adyacencia, representada por línea de trazos: o- - - - - - - - - -o

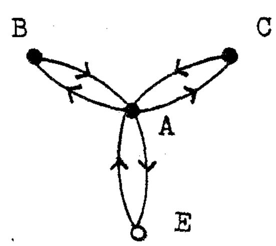
iii) accesibilidad, representada por línea continua: o———————o .

El grafo sería ahora el que aparece junto a este párrafo. Por supuesto que esta jerarquía complica la representación, y de aquí que cuando se de



see simplificar las cosas se haga caso omiso de esta nota adicional, considerando entonces que todas las relaciones son semejantes a las de orden más débil - de adyacencia en este ejemplo -, y se hacen posteriormente las puntualizaciones precisas para los casos más específicos. Si, por el contrario, se elige el camino más difícil y se adopta una jerarquía de varias relaciones, habrá de cuidarse de que las operaciones sean cerradas, es decir, que la composición de operaciones sea otra operación que se encuentre dentro de la jerarquía.

2) La segunda objeción hace referencia al ejemplo de Euler, pues en el diagrama allí incluido, aunque se habla de recorridos, no se indica su sentido. Debe precisarse que después del pionero otros estudiaron diferentes tipos de grafos, y sería G. Polya /1937/ (19) quien acuñase el término grafo dirigido para designar aquellos grafos donde el sentido de la relación se tiene en cuenta, manteniendo la acepción inicial para los casos en que esta precisión no se necesite, y entonces se habla simplemente de grafos. En el



habitáculo arriba expuesto hay un solo recorrido que, partiendo de E, pase por todas las dependencias y vuelva a la posición inicial: el que se adjunta a la izquierda. Como ya puede intuirse, el campo de aplicación de ambos tipos de grafos es distinto, y se delimitará al ocuparnos de la distinción entre orden y causalidad en el uso de configuraciones gráficas.

Hasta aquí hemos visto buena parte de las propiedades representativas de un grafo y que son de interés en arquitectura; es, pues, hora de introducir algunas definiciones formales. Como hemos podido ver, un grafo G consta de:

- un conjunto X, cuyos elementos son los *puntos* o *vértices* de G, y que representarán aquí dependencias de un edificio o manzanas de un asentamiento urbano;
- una aplicación de X en X, esto es, un subconjunto del producto cartesiano $X \times X$, cuyos elementos son las *líneas* o *aristas* de G (arcos si el grafo es dirigido), y que representarán relaciones de contigüidad, caminos, o relaciones similares.

Consecuentemente, un grafo $G = (X, \Gamma)$ es el par constituido por el conjunto X y la funcion Γ. Se puede apreciar que:

- un arco es un par (x,y), donde y pertenece a Γx,
- una arista de un grafo (X,U) es el conjunto de dos elementos x e y, tales que uno de los pares (x,y) o (y,x) pertenece a U.

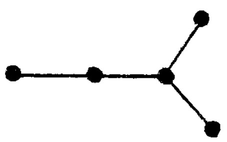
La diferencia esencial entre grafos y grafos dirigidos está en que en los primeros la aplicación U siempre es simétrica, es decir, aUb implica bUa, lo cual no se cumple necesariamente en los grafos dirigidos. Siempre existe la tentación de remarcar el carácter relacional de los grafos, pero, como C. Berge /1958/ expresara, "aunque podamos definir conceptos fundamentales como 'cadena', 'camino' o 'centro' en términos abstractos, las ideas básicas estan íntimamente ligadas a la realidad y pueden identificarse fácilmente en cada caso concreto; ésta es una de las razones por las que la Teoría de Grafos no debe confundirse con la teoría de las relaciones algebraicas, en la que el énfasis y los intereses se dotan de un carácter enteramente distinto" (20). Tomamos nota de este hecho, pues es precisamente esta posibilidad de identificar en la realidad los objetos y entidades representados lo que dota a los grafos de su utilidad para la descripción de configuraciones espaciales.

Por un lado, la conectividad de un espacio se vincula en su representación grafo-teórica a la noción de grado de incidencia o conexión, que es el número de líneas conectadas con él, e inmediatamente se intuye que este valor estará vinculado a la forma del grafo.

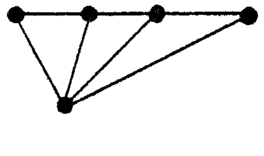
Por otra parte, cuando decimos que dos espacios están conectados, la noción sugerida es que los podemos recorrer, esto es, existe un camino que los une. Y este rasgo impone subrayar la importancia del teorema de K. Menger /1927/, según el que "el mínimo número de puntos que separan dos vértices no adyacentes, s y t, es el número máximo de caminos disjuntos que unen s y t", hecho que, debidamente considerado lleva a establecer una jerarquía para las formas de los grafos:

P_1, grafos disconexos, en los que no existe un camino que recorra todos sus puntos.

P_2, grafos simplemente conexos (como los árboles), que se convierten en disconexos con la eliminación de un punto o una línea no situados en los extremos.

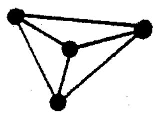


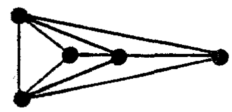
P_3, grafos periféricos planos, cuyos puntos se pueden recorrer mediante un ciclo - es decir, todos se hallan en la periferia -, pero además pueden existir líneas adicionales en el interior, que no bastan para destruir su planaridad.



P_4, grafos fuertemente conexos, donde existe un camino que une cualquier par de vértices distintos arbitrariamente elegidos, y

grafos planos, donde no hay líneas que se corten y todos sus elementos (puntos y líneas) se hallan embebidos en el plano.





Todos estos tipos de grafos se vinculan mediante la proposición de Chartrand et al. /1971/, según la que "el máximo numero de líneas en un grafo con p puntos y que posea la propiedad P_n es $(n - 1)p - \binom{n}{2}$, donde $p \geqslant n$ y $1 \leqslant n \leqslant 4$" (21).

Sus disparidades nos llevan a considerar las cualidades espaciales que representan:

- Los grafos disconexos corresponden a asentamientos u objetos permeables. No es preciso pasar por espacios intermedios para acceder a ellos, el espacio exterior que los engloba facilita sencillamente el acceso.

- Los grafos simplemente conexos forman alineaciones que se valen, a lo sumo, de antesalas o espacios distribuidores, y la eliminacion de una de las conexiones en la secuencia quiebra en dos la unidad original.

- Los grafos periféricos planos desarrollan un principio de flexibilidad, al proporcionar rutas alternativas; pueden eliminarse algunas conexiones sin que la posibilidad de recorrer todos los espacios se destruya.

- Los grafos fuertemente conexos y planos se hallan cercanos a la saturación de las conexiones posibles, por ello representan asentamientos densos o con una fuerte interacción entre sus partes.

En síntesis, podemos expresar los vínculos entre un enfoque gráfico y un enfoque sistémico según las tres categorías que L. von Bertalanffy indicase /1968/, consideraciones de número, especies y relaciones en las estructuras estudiadas:

i) Las conexiones posibles aumentan con el número de objetos que constituyen una configuración, y ello lleva a plantearnos si existe un número finito de operaciones sintácticas que, por composición, puedan describir modelos arquetípicos a los que se reduzcan una multiplicidad de formas complejas. Dado que varias de estas formas hacen referencia a un solo arquetipo, cuyas propiedades conectivas pueden seguirse mediante una serie evolutiva, nos parece oportuno hablar de temas sintácticos en los que incluimos ejemplos concretos cuyos rasgos generales corresponden a los descritos por el modelo arquetípico, aunque posean características adicionales pertenecientes a otros arquetipos.

El número de objetos espaciales y relaciones nos lleva a considerar, en el primer caso, la densidad relativa de los modos de ocupacion de un lugar y, en el segundo, la interacción de los elementos componentes; ambas se relacionan mutuamente - dado que el aumento de densidad conlleva un aumento de interacción -, pero son hechos distintos y han de interpretarse a la luz del dinamismo del grupo social con ellos vinculado.

ii) Las clases o especies se construyen a partir de los atributos hallados en objetos espaciales y relaciones de conexión. Nos ocuparemos aquí de los primeros estableciendo cuatro clases correspondientes a dos tipos de atributos dependientes, respectivamente, de la resistencia al acceso ofrecida por un objeto, y de la posición del sujeto u observador.

En el primer caso aceptamos la dicotomía, expuesta por B. Hillier et al., de espacios permeables - esto es, fácilmente accesibles - e impermeables - es decir, cerrados, los cuales requieren un mecanismo conector (puerta, escalera, etc.) para ser accedidos -. En el segundo, se establece una división entre espacios interiores y espacio exterior, que puede equipararse al contraste gestáltico entre figura y fondo; pero si no se da por supuesto que el observador se coloca en el exterior, habrá de introducirse un criterio sustitutivo (algebraico) que permita describir una configuración a partir de cualquiera de sus espacios u objetos constituyentes; para ello basta adoptar "una raíz" en la configuración gráfica, desde la que se pueden "leer o seguir" los demás objetos constituyentes de la estructura. Este criterio no sólo tiene trascendencia gráfica - permite usar una nomenclatura que describe unívocamente las configuraciones espaciales - sino que, además, posee una vertiente sicológica, la íntima asociación de espacio y sujeto establecida de modo característico en cada lugar concreto.

iii) Las relaciones pueden considerarse según varias categorías:
a.- según la presencia o ausencia de conexiones (contigüidad, etc.) y
b.- según que las conexiones entre elementos adyacentes se desarrollen en ambos sentidos (grafos clásicos, relaciones simétricas) o en uno solo (grafos dirigidos, relaciones asimétricas).

La primera implica establecer una gradación de valores de conexión; en nuestro caso son tres, pero pueden adoptarse tantos como se desee, una vez elegido un criterio para dotar a esta gradación de un significado representativo compatible con los hechos perceptivos, sicológicos o conectivos hallados en la realidad.

La segunda, ya implícita en el diagrama de Euler, indica que, en la representación de configuraciones arquitectónicas o lugares, sus partes constituyentes han de analizarse mediante una enumeración de objetos y la de sus recorridos o caminos, y si incluimos una raíz desde la que se procede a interpretar la configuración, tal raíz podrá adoptarse para cada espacio o parte, facilitando un criterio que exponga las imágenes cambiantes del lugar.

Sabido lo que es un grafo y sus características básicas, podemos pasar a aplicar el concepto a los objetos que nos interesan.

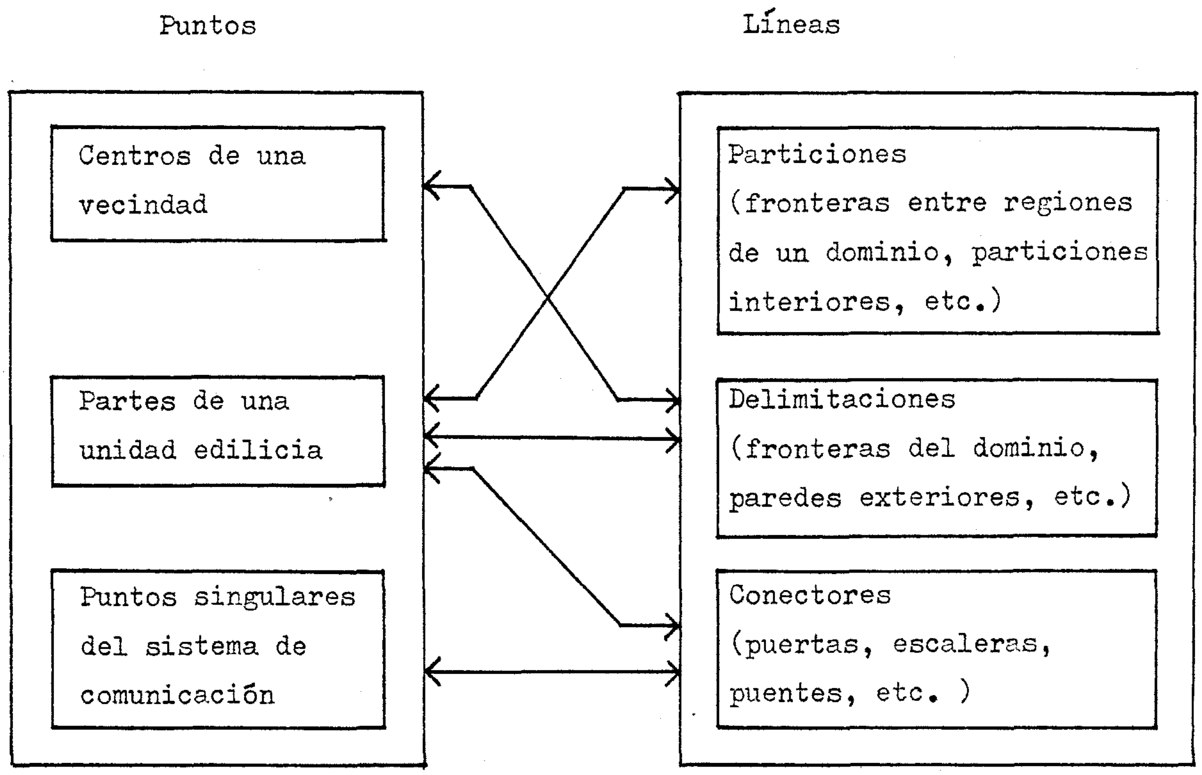
2.2.1. B.- Grafos arquitectónicos y urbanos

Una de las propiedades del lenguaje que buscamos para la representación de configuraciones espaciales es la necesidad de que éste constituya su propio metalenguaje, requisito que sugiere que los grafos correspondientes a los objetos arquitectónicos y urbanos presenten semejanzas estructurales dentro de un mismo sistema representativo.

Un criterio inicial fue el proporcionado por K. Lynch /1961/ al escindir los componentes del trazado de la metrópoli en dos bloques: los canales de comunicación y los "espacios adaptados"; éstos, más difíciles de definir, son considerados por Lynch como "huecos entre canales que han sido en parte modificados para facilitar las actividades localizadas, reduciéndolas, mejorando la planta, modificando la forma, proporcionándoles equipamientos fijos, etc. Esta clase incluye diversos elementos, como edificios, depósitos, parques y huertos" (22).

Y desde aquí es inmediato comparar ésta con las concepciones de Foley - Webber /1964/ y Crowther - Echenique /1972/ sobre la estructura urbana para adoptar una representación grafo-teórica de los sistemas allí incluidos. Como habíamos visto en la Sección 1, las ideas de estos últimos son fácilmente coordinables a esquemas matemáticos y a grafos, tomando los espacios adaptados como puntos y sus relaciones (es decir, una abstracción de los canales de comunicación) como líneas.

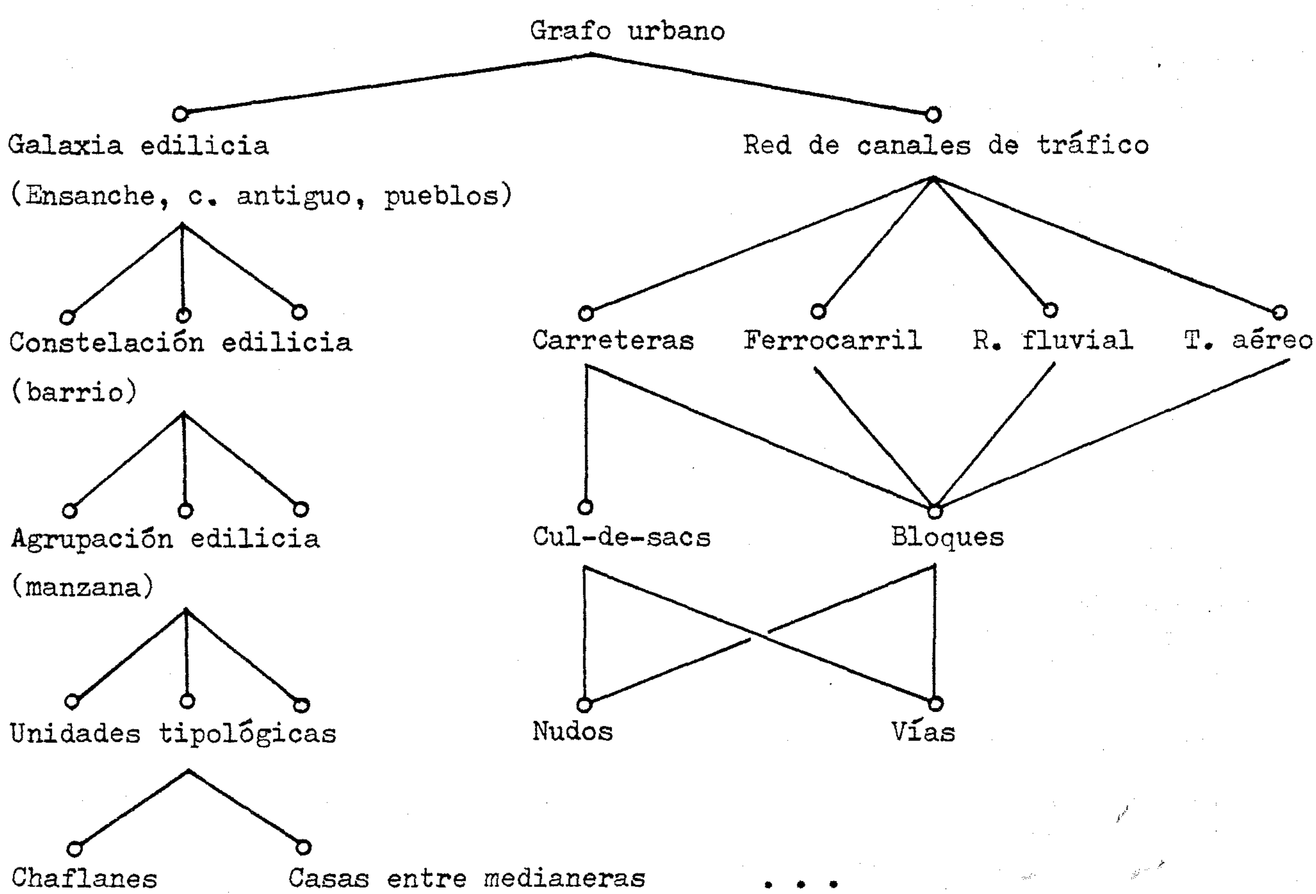
Así, siguiendo el esquema de M. J. Teixeira Kruger /1977/ (23), las conexiones de la estructura espacial se ajustan a la reducción de entidades dentro de dos bloques, con vínculos recíprocos:



Es preciso tener en cuenta, no obstante, que un grafo G representa varias formas F, y que la correspondencia F $\rightarrow$ G no es biunívoca y, por tanto, algunas propiedades se perderán en esta representación topológica, principalmente métricas (proporción, escala, ...) y las correspondientes a rasgos geométricos euclídeos o proyectivos. Igualmente habrá que concretar cuál es el nivel al que se aplica el grafo, o sea, la referencia de la representación: Alexander nos hacía recurrir sistemáticamente, en su uso de las nociones de árbol y semirretículo, a una comprensión matemática de estas estructuras; aquí, al utilizar grafos o complejos simpliciales, nos basta saber que si denotamos mediante N un nivel - v.g., el de la vivienda -, el inmediatamente superior - el del barrio - sera el N+1 y, obviamente, debemos esperar que haya diferencias cualitativas entre la descripción de la estructura al nivel N+1 y al nivel N.

En realidad, nos limitaremos a relaciones entre niveles consecutivos o partes de un mismo nivel. Si X es una colección de elementos localizados en el nivel *N*, entonces *Y* podrá elegirse para el nivel *N+1* si actua como **recubrimiento** matemático de *X*, es decir, los elementos de *Y* serán nombres o subconjuntos de elementos de *X*, y cada uno de los elementos de *X* podrá encontrarse por lo menos en un elemento de *Y*. Cuando no haya ningún elemento de *X* en más de un elemento de *Y*, este conjunto constituirá una partición de *X*, y los subconjuntos de *X* serán disjuntos.

Vamos a tomar, como ejemplo ilustrativo, la descomposición de dos grafos correspondientes a dos niveles de la ciudad de Barcelona. En primer lugar, el grafo urbano (23), con sus dos grupos de componentes (espacios adaptados y canales de comunicación), está constituido por:



De manera similar, podemos tomar ahora una de estas unidades tipológicas y desarrollar grafo-teóricamente sus elementos:

Unidad tipológica

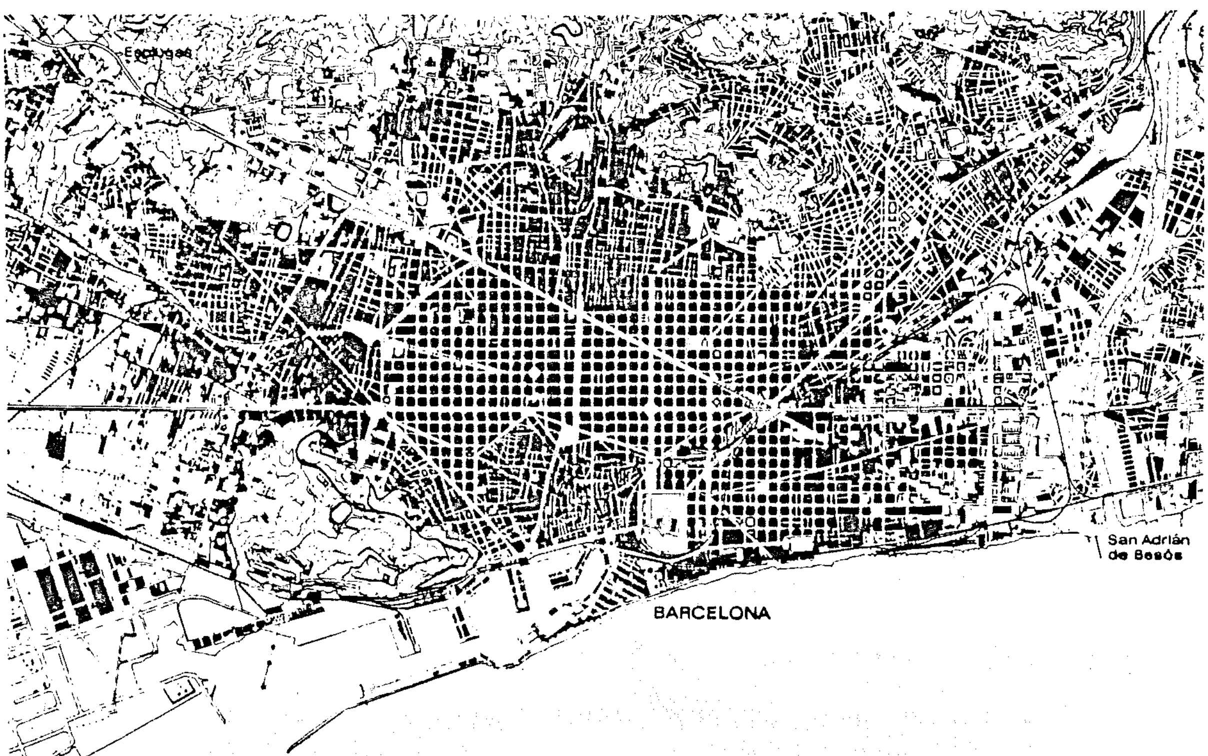
Distribución vertical — Unidades habitacionales — Red de conexiones

Distribución de planta — C. verticales — C. horizontales

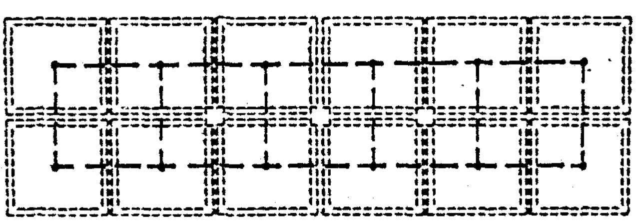
Contig. suelo/techo — Escaleras, ascensores — Accesos — Contigüedades

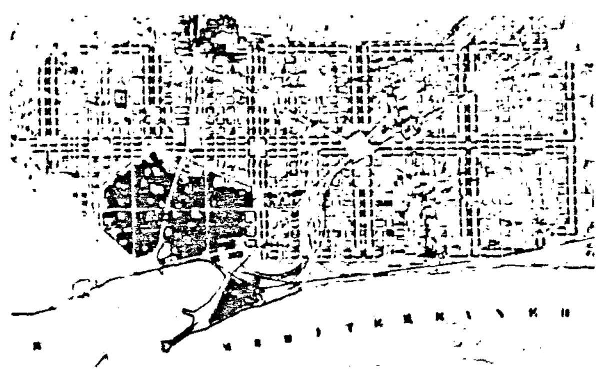
Puertas — Pasillos — Paredes — Ventanas

Ahora podemos operar a vista de pájaro, bajando progresivamente para aumentar el detalle y cambiar la escala de las conexiones. Sobre el plano de Barcelona se observa el Casco Antiguo con sus crecimientos sucesivos (la Barcino romana, la delimitación de Pedro IV, de Jaime I), los focos de los anti-



guos pueblos (Sarriá, Gracia, ...) y los asentamientos planificados (Barceloneta, Ensanche, ...), partes que forman un sistema cuyas cualidades funcionales son mutuamente interdependientes, pero las formales pueden separarse. Nos concentraremos en el Ensanche de Cerdá y, por razones de claridad ilustrativa, hemos tomado las interpretaciones de la Exposición celebrada en el centenario de su muerte, junto a algunos modos de ocupación de manzanas para un "Eixampla" virtual, desarrollados por la Cátedra de Composición II de la ETSAB (24). La primera fragmentación del trazado viene establecida en el esquema de Cerdá por alineaciones de bloques que limitan los distritos, y que subrayan la dualidad que le caracteriza, formada por la red viaria y las manzanas. El término dualidad ha de entenderse, al mismo tiempo, en su sentido

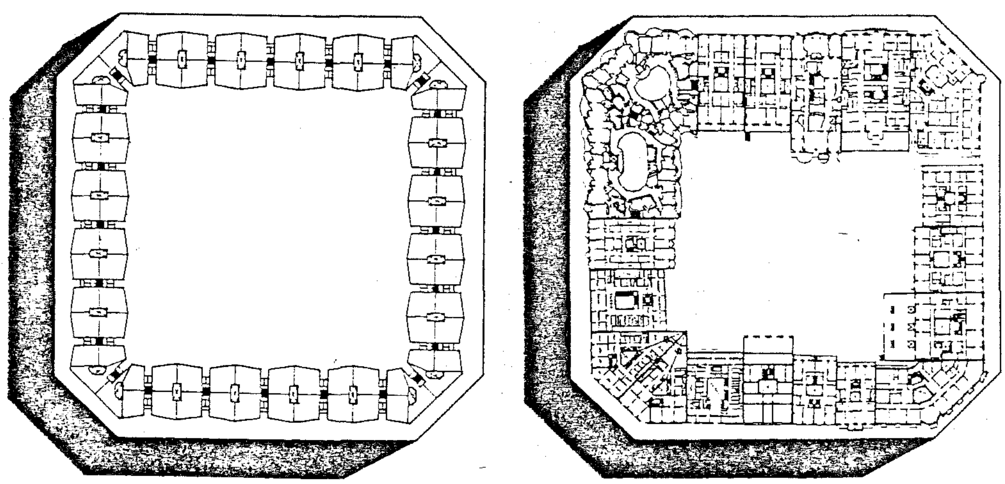




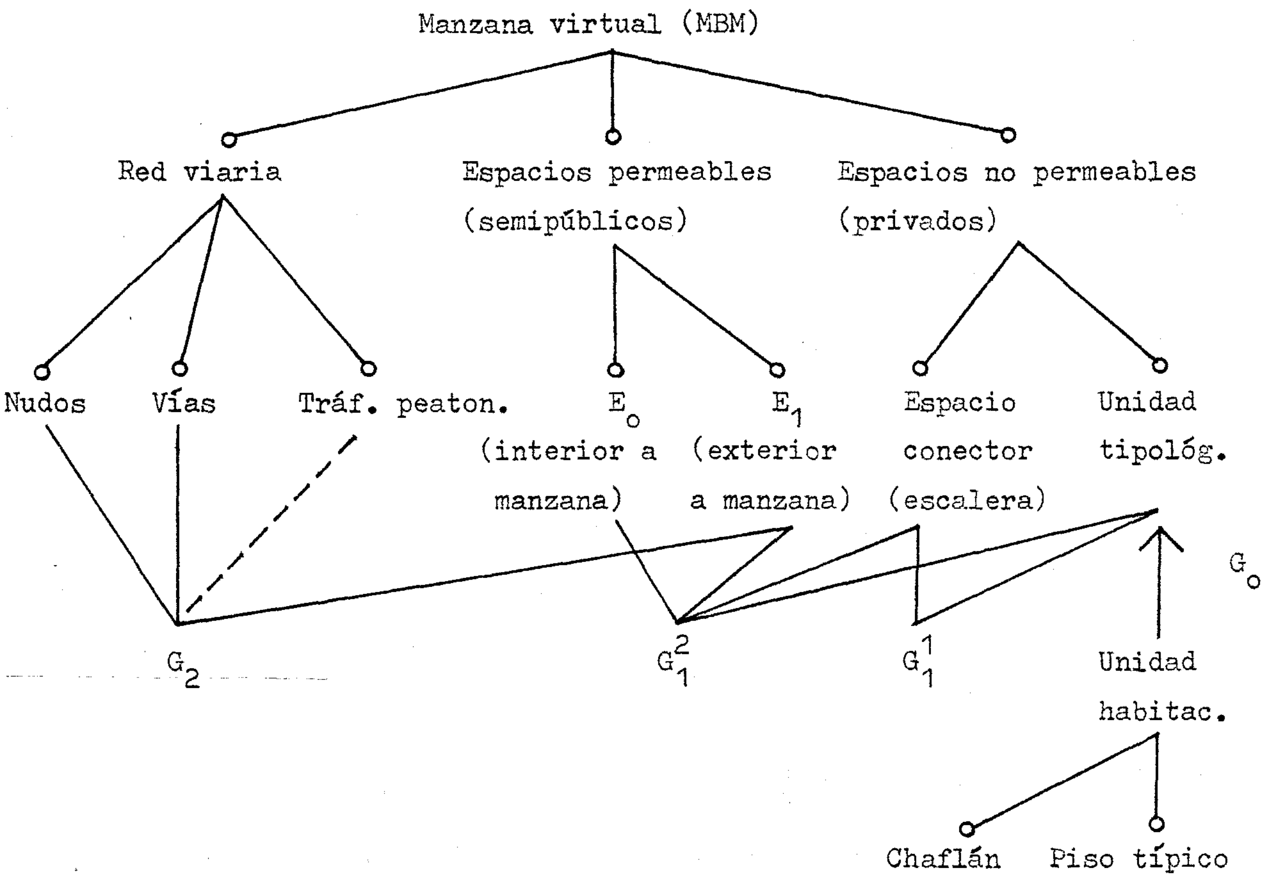
topológico estricto - uno a veces se pregunta si Cerdá conocía las ideas de Euler- tanto la contigüidad de los distritos como de las manzanas y del esquema viario general pueden representarse mediante una trama regular cuadrada (dual de sí misma); los puntos de esta trama grafo-teórica representan un distrito, una manzana o un fragmento de la red viaria, según que se aplique al nivel de un barrio, de un bloque o del sistema viario; las líneas representaran relaciones de vecindad entre distritos contiguos, entre manzanas o conexiones entre nudos consecutivos, respectivamente. En suma, el recurso geométrico de Cerdá se hace su propio metalenguaje en cada uno de los niveles de la jerarquía.

Habremos de hacer una precisión adicional: se discrepa aquí de algunos enfoques según los cuales la relación entre sistema viario y la parcelación de los "espacios adaptados" se estudia fraccionando las vías de comunicación en una serie de puntos correspondientes a los frentes de cada parcela. Puesto que hemos aplicado el principio de dualidad en la representación de los espacios adaptados, parece oportuno continuar consecuentemente con el mismo principio al representar los canales de comunicación, utilizando el concepto de lineo-conectividad, por el cual, de la misma manera que dos puntos son adyacentes en un grafo si existe una línea que los una, se puede decir que dos lineas son adyacentes si comparten un nudo. Las vías se representan entonces por puntos (como los espacios adaptados), y las líneas entre ellos indican ahora que dos o mas vías comparten un nudo, de modo que el numero de líneas nos informa de la naturaleza conectiva de cada nudo viario.

Una vez hecha esta precisión, podemos concentrarnos en enumerar los universos considerados para el estudio de conexiones de una manzana. Hemos tomado dos manzanas del Eixampla virtual ya mencionado, donde las ocupaciones posibles son muy variadas; la de la derecha corresponde aproximadamente a una manzana real, y la de la izquierda, elegida por su sencillez gráfica, esta formada a partir de la solución adoptada por Martorell-Bohigas-Mackay en unas viviendas de la calle Pallars /1955-59/.

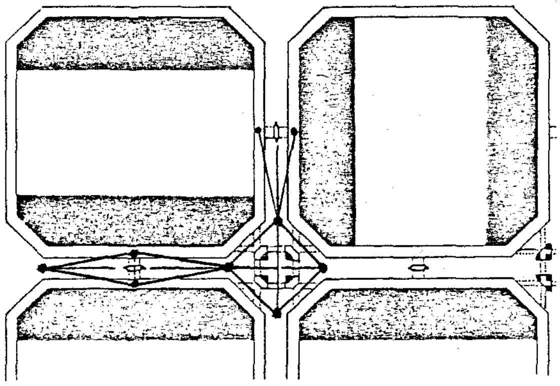


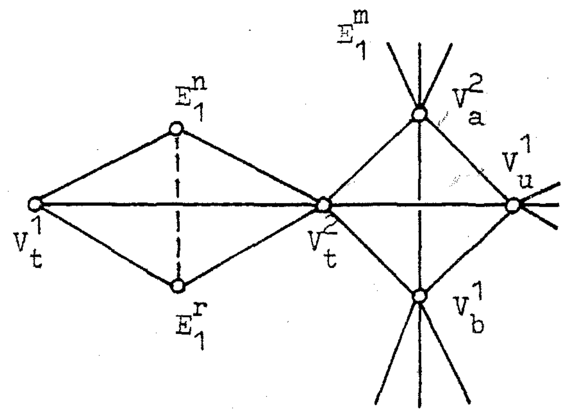
Los grafos construidos para la descripción topológica de este ejemplo se sintetizan en el siguiente esquema:



G_2.- Red viaria

Las vías en cada lado de la manzana quedan partidas en dos (V_t^1, V_t^2) por los tráficos peatonales (E_1^n---E_1^r), que consideramos aquí de menor valor conectivo que las redes de tráfico para vehículos. De manera similar, la na



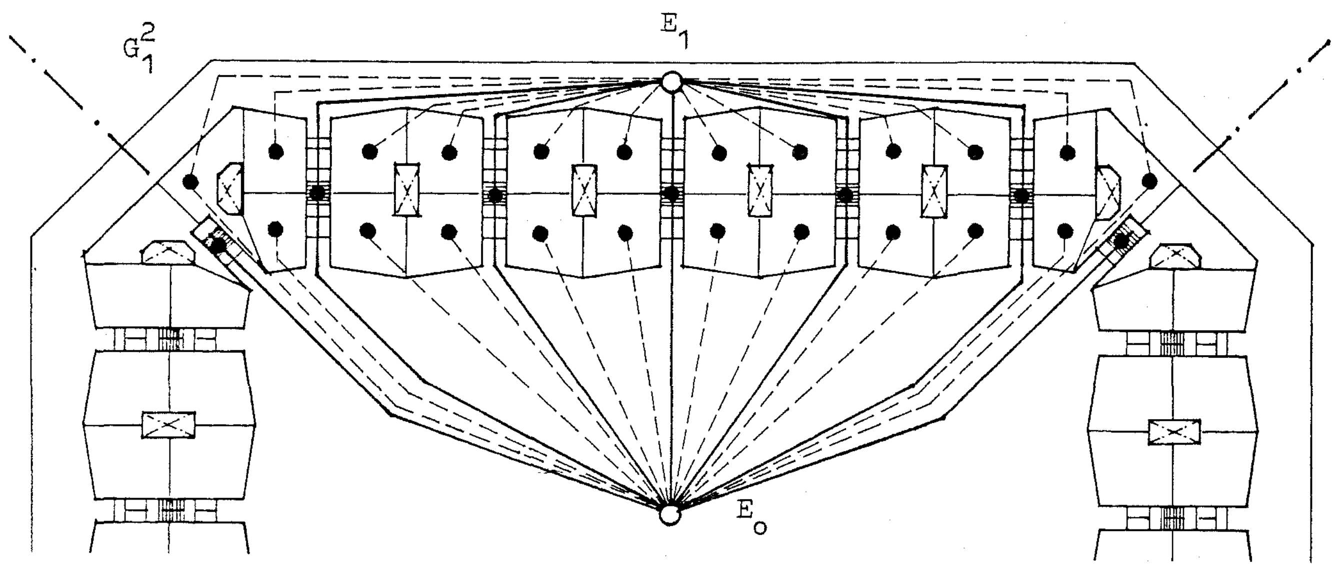


turaleza conectiva de los nudos viene ahora expresada, no por un punto, si no por un conjunto de adyacencias entre vías (V_a^2, V_t^2, V_b^1, V_u^1), y las contigüidades entre cada uno de los lados de la manzana y la red viaria se muestran en las líneas (V_t^1 --- E_1^n --- V_t^2, etc.). Desde estas últimas conexiones se puede proceder a superponer los grafos G_2 y G_1, dado que los espacios permeables E_1 son los elementos comunes en ambas representaciones.

Igualmente, si se incorporan grafos dirigidos, podremos señalar si el tráfico es unidireccional o si se efectúa en ambos sentidos. Nótese además que los cruces, tanto peatonales como de tráfico de vehículos, convierten a la red viaria en un ente gráfico no plano; para desarrollar comunicaciones (y que el grafo sea plano) se ha de eliminar una de las líneas, lo que equivaldría a parar la circulación en aquel sentido; las soluciones alternativas - un puente o un paso subterráneo - mantienen ambos tráficos al mismo tiempo, pero éstos no acontecen entonces en el mismo plano.

G_1^2.- Relación entre unidades tipológicas y espacios exteriores

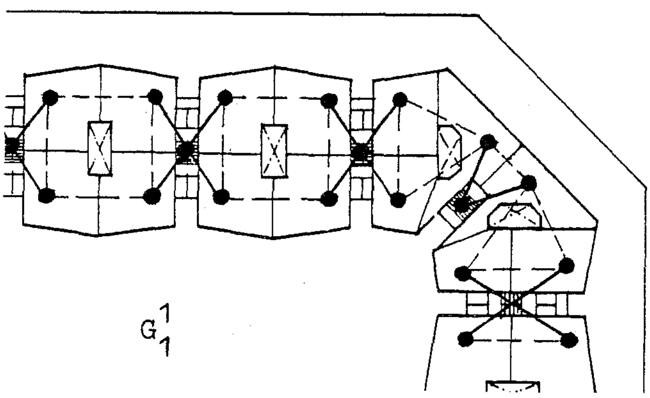
Como se sabe, en el plan original de Cerdá no se ocupaba toda la pe



riferia de las manzanas, y ello hacía que el espacio no ocupado por las edificaciones fuera conexo y no se pudiera distinguir entre E_o y E_1 (espacio interior y exterior a la manzana) como en el ejemplo virtual que comentamos; aquí la conexión entre estas regiones sería factible mediante las cajas de escalera, estas son las únicas líneas de accesibilidad entre ambos espacios, o entre E_o y las unidades del chaflán; todas las demás líneas son contigüidades.

G_1^1.- Relación entre unidades tipológicas contiguas

Nos hemos permitido simplificar la escalera considerándola como espacio unitario; en realidad habría que dividirla en dos puntos (unidos por una línea), correspondientes a sus dos tramos, desde los que se accede a las diversas unidades.



G_1^1

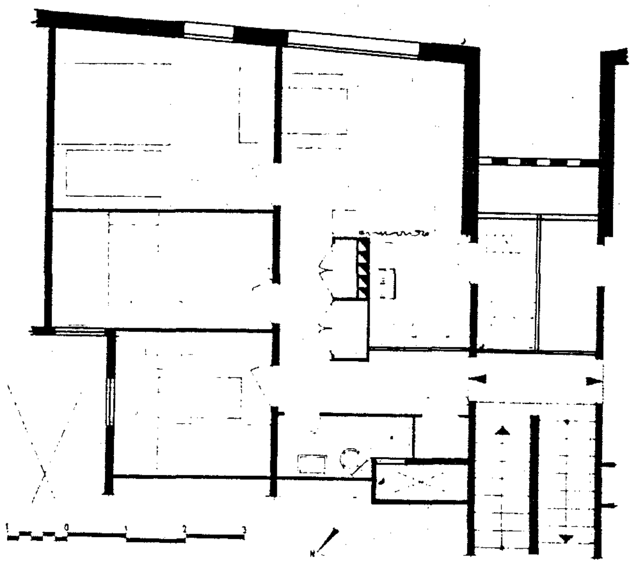
Las escaleras presentan aquí la forma de "puentes" conectivos, cuya eliminación haría desaparecer las accesibilidades entre los componentes conexos (cuadrangulares en los lados, triangulares en los chaflanes), y entonces el grafo global se haría disconexo.

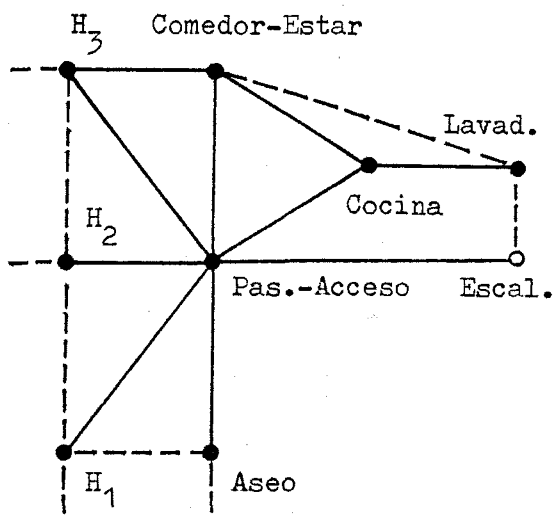
G_1^1 y G_1^2 pueden superponerse a partir de los puntos que representan las escaleras.

G_o.- Descripción de los tipos

El piso típico utiliza la continuidad de la antesala y el pasillo como elemento conector que genera gran economía en el uso del espacio. Es

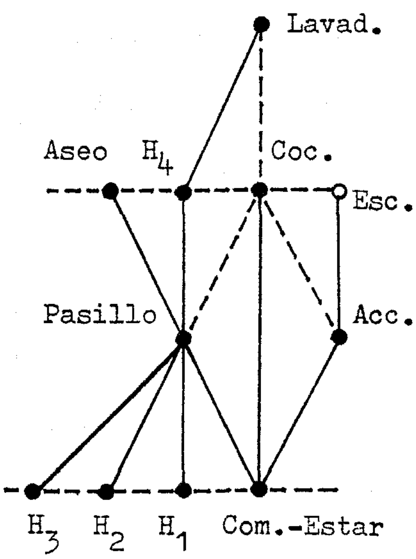
- como puede observarse en el grafo - el centro de conexión, y a través de



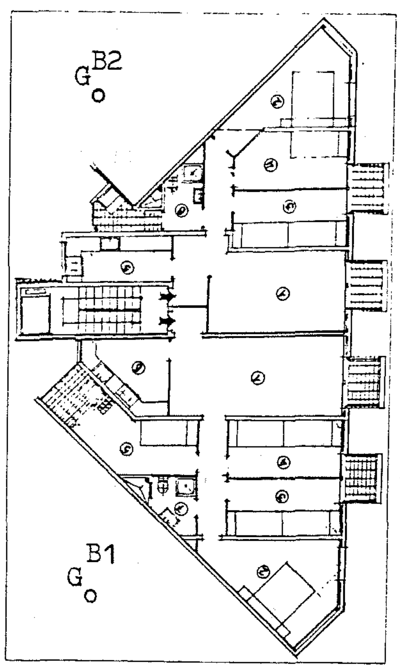


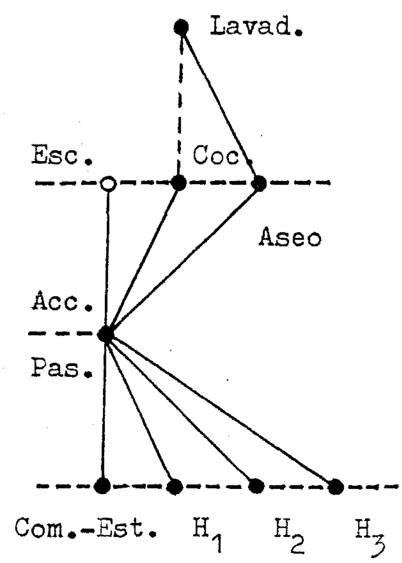
él se consigue un fácil acceso desde las habitaciones al aseo, cuya proximidad a la cocina y el lavadero hace posible que todos los servicios se localicen en una misma zona.

En el chaflán hay dos variantes cuyas diferencias nacen del espacio distribuidor (el pasillo-acceso), que en el caso más sencillo (G_o^{B2}) es unitario, y, por tanto, repite la estructura distributiva del piso típico, mien



G_o^{B1}





G_o^{B2}

tras que en el más complejo (G_o^{B1}) se escinde en dos, unidos por el comedor, que es ahora un espacio central para las accesibilidades del grafo; además, la inclusión de una habitación adicional (H_4) y sus conexiones con las demás dependencias complican el esquema global.

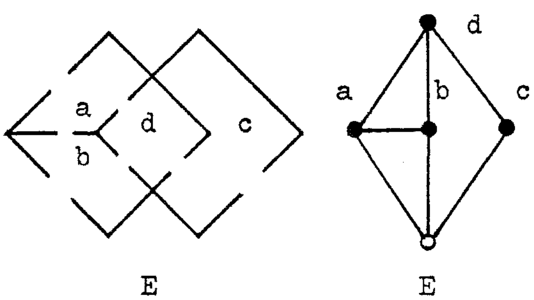
2.2.2. A.- Representaciones matriciales y composición de operaciones grafoteóricas

Una de las metas de toda geometría es el estudio de las transformaciones que vinculan las figuras por ella estudiadas, junto al de los invariantes que las caracterizan. En el caso que nos ocupa parece difícil encontrar a simple vista tales transformaciones, pero pensemos un poco: los conceptos topológicos primitivos de vecindad, clausura y límite son reducidos por la Teoría de Grafos al estudio de conexiones (relaciones de incidencia, adyacencia, etc.), ¿cómo podremos pasar a exponer transformaciones con unos elementos tan limitados? - La clave se halla en la existencia de una biunivocidad entre las transformaciones lineales y sus representaciones matriciales, en virtud de la cual, si cada grafo se puede representar por una matriz, ésta definirá una transformación lineal, lo que motiva a convertir las cualidades de esta colección específica de matrices en uno de los centros de esta "nueva geometría".

El paso de un grafo a su matriz asociada es inmediato, disponiendo los vértices (o, en ocasiones, las líneas) enumerados según un cierto orden en fila y columna - de modo semejante a como se establece un producto cartesiano - y en la intersección de cada fila con cada columna se coloca el valor de conexión (incidencia o adyacencia) entre los vértices (o líneas) correspondientes. Ahora bien, antes de exponer el tema en detalle, debe aclararse lo que se entiende arriba por "enumerar según cierto orden": no es otra cosa que establecer un criterio de nomenclatura, que variará según la generalidad buscada.

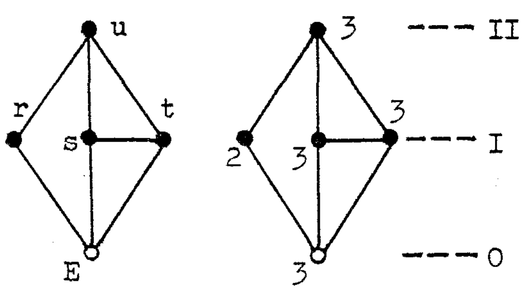
F. Harary (/1969/, p. 150) tiene el cuidado de introducir una definición formal de los grafos denotados antes de operar matricialmente, poniendo un énfasis especial en la biunivocidad entre grafos denotados con p puntos y las matrices binarias de adyacencia e incidencia, pero nos previene de que en algunas matrices (v.g., las de sus ciclos) esta biunivocidad entre representacion gráfica y matricial no existe, motivo por el que evitaremos su estudio, puesto que,si pretendemos asimilar grafos a transformaciones, necesitamos la equivalencia entre grafos y matrices, y matrices y transformaciones para establecer un puente entre los primeros y las últimas. Al mismo tiempo, una sugerencia que ata muchos cabos sueltos es que, si A_1 y A_2 son matrices de adyacencia correspondientes a dos nomenclaturas distintas del mismo grafo G, entonces, para alguna matriz de permutación P, se cumplirá que $A_1 = P^{-1} A_2 P$, pudiéndose evitar entonces - si así se desea - toda meticulosidad en la denotación. Este hecho indica: a) que el estudio de las configuraciones gráficas es un capítulo de una teoría de las permutaciones, y b) que el uso de un criterio denotativo impone restricciones adicionales, eliminando una buena parte de las que son permutaciones de otras ya existentes, o las que corresponden a un mismo tipo pero cuya nomenclatura es distinta.

Vale la pena, entonces, el esfuerzo de la precisión en la nomenclatura. Aquí se desea establecer una diferencia especial entre el vértice que representa a la región exterior (E), indicado por un círculo blanco, y los puntos negros que representan a los demás espacios. Con ello se establecen unas categorías de vértices o niveles de interioridad, lo que significa introducir la variable tiempo conjuntamente con las consideraciones espaciales, como se hiciera en la teoría de la relatividad y como R. Carnap /1958/ indicase al hablar de la equivalencia de un tratamiento topológico y uno lógico-simbólico. En realidad, como ya se ha dicho, esto significa que la mínima jerarquía utilizada en estas configuraciones será de orden parcial; y, dado que la topología no se ocupa de cualidades métricas (magnitudes), las comparaciones cuantitativas deberán hacer uso de las nociones de anterior/posterior, e inclusión: obviamente, si un espacio A esta incluido en B, A será menor que B; y, de manera similar, si los vértices a, b y c están unidos por un camino, y el recorrido que va de a a c pasa por b, podremos asimilar la distancia ab a una duración menor que la de la distancia ac.



Sigamos nuestra denotación con un ejemplo: en el grafo adjunto empezaríamos por E, siguiendo por los vertices inmediatamente conectados a él - es decir, a, b y c - y acabando en d, que es adyacente a los anteriores, pero no a E. La fórmula resultante sería: E,(ab)c,d, donde también indicamos, mediante su inclusión en paréntesis, que a y b están conectados entre sí.

Pero aún podemos ser más ordenados, adoptando un método que introduzca, no sólo la posición relativa de los vértices, sino también sus grados de



conexión - como Lukasiewicz hiciera para los monoides -, y como siempre tendremos una "raíz", el espacio exterior, denotaremos todos los vértices partiendo desde él hacia arriba, y de izquierda a derecha, procurando disponer, al mismo tiem po, las ramas de valor de conexión más bajo en la parte izquierda del grafo. Este procedimiento da lugar a una secuencia de letras (los espacios) y otra de números (sus grados de conexión), ambas ordenadas en paquetes. Si volvemos al grafo del ejemplo utilizado arriba, su disposición será la de la última figura, adjunta al final de la página anterior, y su denotación: E,r(st)u / 3,2(33),3; que no puede confundirse con ningún otro grafo.

Este método no se adopta por un mero prurito denotativo: en estas secuencias puede encontrarse ya una gran cantidad de información grafo-teórica y sintáctica con un simple golpe de vista: considerando que la suma de los grados de conexión de un grafo clásico es el doble del número de aristas (porque cada arista incide en dos vértices) la expresión denotativa indica que hay 7 aristas y 5 vértices; que el grafo es plano, porque el grado de los vertices es en todos los casos menor que 5; que las aristas no agotan las adyacencias posibles en una configuración con cinco vértices; que hay dos bloques de dependencias - r y (st) - accesibles desde el exterior y cuyo espacio común es u, por lo que el tránsito entre ambos bloques sólo puede efectuarse a través de E o de u; y así sucesivamente.

Matrices de adyacencia e incidencia

Consideremos ahora un grafo G=(X,U) previamente denotado, con vértices $x_1, \dots, x_n$ y arcos o aristas a_{ij} que van de x_i a x_j; se llama matriz asociada al s-grafo G o matriz de adyacencia de G a la matriz cuadrada $A=(a_{ij})$ con n filas y n columnas, donde a_{ij} es el elemento localizado en la intersección de la fila i y la columna j, y viene definido de la siguiente manera:

- para grafos no dirigidos: $a_{ij}=1$ si x_i es adyacente a x_j,
  $a_{ij}=0$ en los demás casos;
- y para grafos dirigidos : $a_{ij}=1$ si existe un arco incidente en x_j desde x_i,
  $a_{ij}=0$ en los demás casos.

El vector de la fila $\underline{i}$ se denotará por $a_i = (a_{i1}, a_{i2}, \ldots , a_{in})$ y el vector de la columna $\underline{j}$, por $a_j^t = (a_{1j}, a_{2j}, \ldots , a_{nj})$ - nótese que este último, por exigencias de escritura, se ha dispuesto horizontalmente - .

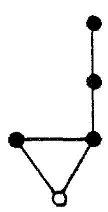
Los valores de la diagonal serán generalmente 0; si existe algún 1 ello indicará que hay lazos (pero ya hemos indicado que no utilizaríamos multigrafos ni seudografos, luego esta posibilidad se descarta).

La matriz obtenida mediante la sustitución de cada cero por 1, y cada 1 por 0 - excepto los 0 de la diagonal principal - , es la matriz asociada al grafo complementario de G.

La matriz transpuesta de A, $A^T = (a_{ij}^t) = (a_{ji})$, se obtiene reflejando A respecto a su diagonal principal, es decir, intercambiando filas por columnas, lo cual indica que es la matriz asociada al grafo que se obtiene cambiando la orientación de todos los arcos de G. Una matriz y su transpuesta serán iguales únicamente cuando A sea simétrica, es decir, cuando tratemos de grafos no dirigidos o cuando el grafo dirigido sea simétrico (entonces, todo par de vértices unido por un arco x_i está unido también por un arco x_j de sentido opuesto a x_i).

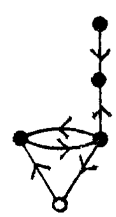
Para familiarizarse con estas representaciones se adjuntan las matrices de adyacencia de un grafo clásico y uno dirigido:

E,(ab),c,d / 2,(23),2,1



$$\begin{array}{c} \\ E \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} E & a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

E,(a=b),c,d / $^{1+}_{1-}$,($^{1+}_{2-}$ $^{3+}_{1-}$),2-,1+



$$\begin{array}{c} \\ E \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} E & a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

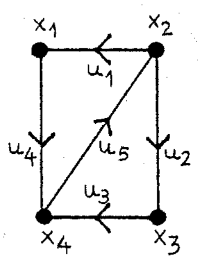
Mientras que la matriz de adyacencia expone relaciones entre los puntos de un grafo, la de incidencia describe las existentes entre aristas y puntos. Considérese un grafo dirigido G de arcos $u_1, u_2, \dots, u_m$ y de vértices $x_1, \dots, x_n$, y sea

$$b_{ij} \begin{cases} +1 \text{ si } u_j \text{ comienza en } x_i \text{ y no es un lazo,} \\ -1 \text{ si } u_j \text{ termina en } x_i \text{ y no es un lazo,} \\ 0 \text{ si } x_i \text{ no es un vértice de } u_j, \text{ o si } u_j \text{ es un lazo.} \end{cases}$$

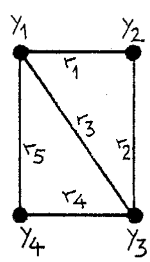
Análogamente, sea H un grafo no dirigido, de aristas $r_1, \dots, r_m$ y de vértices $y_1, \dots, y_n$, y sea

$$c_{ij} \begin{cases} +1 \text{ si } y_i \text{ es un vértice de } r_j, \text{ no siendo } r_j \text{ un lazo,} \\ 0 \text{ en los demás casos.} \end{cases}$$

Las matrices $B=(b_{ij})$, $C=(c_{ij})$ de mxn elementos son, por definición, las matrices de incidencia de los arcos del grafo dirigido G y de las aristas del grafo H, respectivamente. Y lo antedicho se ilustra en los siguientes ejemplos:



$$\begin{array}{c} \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$



$$\begin{array}{c} \\ y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} r_1 & r_2 & r_3 & r_4 & r_5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$

Al igual que la matriz de adyacencia, la matriz de incidencia determina G isomórficamente. De hecho, en los grafos no dirigidos, m-1 filas cualesquiera determinan H, ya que cada fila es la suma en base 2 de las otras.

Operaciones binarias con grafos. Operaciones gráfico-matriciales.

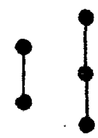
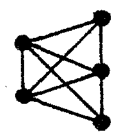
De poco nos servirían las configuraciones gráficas si no pudieramos componerlas con sus semejantes; por el contrario, una vez localizadas unas cuantas operaciones suficientemente versátiles, podemos aplicarlas en dos sentidos, para obtener nuevos grafos o para aislar aquellos en que las operaciones manifiestan cualidades peculiares, típicas. Antes habremos de exponer las definiciones centrales:

Sean G_1, G_2 dos grafos, cuyos conjuntos de puntos V_1 y V_2, y de aristas X_1 y X_2, son disjuntos. La <u>unión</u> de G_1 y G_2 se define como

$$G=G_1 \cup G_2 \begin{cases} V=V_1 \cup V_2 \\ X=X_1 \cup X_2 \end{cases}.$$

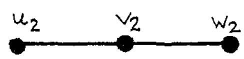
La <u>conjunción</u> (join) de G_1, G_2 - G_1+G_2 - consta de $G_1 \cup G_2$, más todas las aristas que unen V_1 con V_2. En particular, $K_{m,n}=\bar{K}_m+\bar{K}_n$.

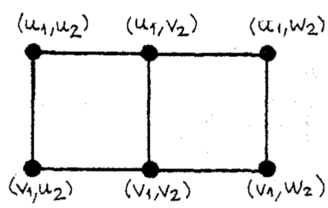
Y para ilustrar estas operaciones ofrecemos los siguientes ejemplos:

G_1:  G_2:  G_1 G_2:  G_1+G_2: 

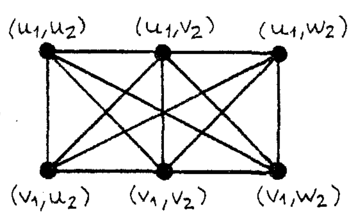
Para definir el <u>producto</u> de dos grafos ($G_1 x G_2$) considérense dos puntos cualesquiera $u=(u_1,u_2)$ y $v=(v_1,v_2)$ en $V=V_1 x V_2$: u y v serán adyacentes en $G_1 x G_2$ siempre que $u_1=v_1$ y $u_2$ady.v_2 ó $u_2=v_2$ y $u_1$ady.v_1, como en el siguiente caso:

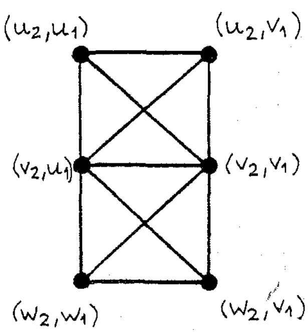
G_1: 

G_2: 

$G_1 x G_2$: 

La composición $G=G_1(G_2)$ tiene también $V=V_1 x V_2$ como conjunto de puntos y $u=(u_1,u_2)$ es adyacente a $v=(v_1,v_2)$ siempre que $u_1$ady.v_1 ó $u_1=v_2$ y $u_2$ady.v_2. Tomando de nuevo los grafos G_1 y G_2 del párrafo anterior, las dos composiciones $G_1(G_2)$ y $G_2(G_1)$ serán:

$G_1(G_2)$: 

$G_2(G_1)$: 

a la luz de las cuales puede verse que la composición de grafos no es conmutativa.

En suma, si utilizamos dos grafos G_1 y G_2 con (p_1,q_1), (p_2,q_2) puntos y aristas, respectivamente, entonces tendremos para cada una de las operaciones antes definidas

Operación		Nº de puntos	Nº de líneas
Unión	G_1 G_2	p_1+p_2	q_1+q_2
Conjunción	G_1+G_2	p_1+p_2	$q_1+q_2+p_1p_2$
Producto	G_1xG_2	$p_1 \cdot p_2$	$p_1q_2+p_2q_1$
Composición	$G_1(G_2)$	$p_1 \cdot p_2$	$p_1q_2+p_2^2q_1$

Operaciones booleanas en matrices

Definiremos dos operaciones en el conjunto de los números reales no negativos, que llamaremos suma generalizada y producto generalizado:

Dados dos numeros λ_1 y λ_2, su suma generalizada define un numero $\lambda \geq 0$, que se escribe $\lambda_1 \dotplus \lambda_2 = \lambda$; el producto generalizado define un número $\lambda' \geq 0$ que se denota por $\lambda' = \lambda_1 \dot{\times} \lambda_2$.

Si consideramos ahora dos matrices $A=(a_{ij})$ y $B=(b_{ij})$, cuyos elementos son numeros enteros no negativos, su suma generalizada es la matriz $S=A\dotplus B=$ $=(s_{ij})$, donde $s_{ij}=a_{ij}+b_{ij}$; su producto generalizado es una matriz $P=A\dot{\times}B=(p_{ij})$, donde $p_{ij}=(a_{i1}\dot{\times}b_{1j}) \dotplus (a_{i2}\dot{\times}b_{2j}) \dotplus \dots \dotplus (a_{in}\dot{\times}b_{nj})$.

Las operaciones generalizadas con matrices pueden definirse de la misma manera que las operaciones ordinarias, y aquí podemos considerar que $\dotplus$ y $\dot{\times}$ satisfacen las siguientes propiedades:

$$\begin{cases} \lambda_1 \dotplus \lambda_2 = \lambda_2 \dotplus \lambda_1 \\ \lambda_1 \dotplus (\lambda_2 \dotplus \lambda_3) = (\lambda_1 \dotplus \lambda_2) \dotplus \lambda_3 \\ \lambda_1 \dot{\times} \lambda_2 = \lambda_2 \dot{\times} \lambda_1 \\ \lambda_1 \dot{\times} (\lambda_2 \dot{\times} \lambda_3) = (\lambda_1 \dot{\times} \lambda_2) \dot{\times} \lambda_3 \\ \alpha \dot{\times} (\lambda_1 \dotplus \lambda_2) = (\alpha \dot{\times} \lambda_1) \dotplus (\alpha \dot{\times} \lambda_2) \end{cases}$$

Es decir, estamos operando en un anillo conmutativo.

Utilizando las operaciones generalizadas $\dotplus$ y $\dot{\times}$ las matrices obedecen las siguientes reglas:

$$\begin{cases} A\dot{+}B=B\dot{+}A \\ A\dot{+}(B\dot{+}C)=(A\dot{+}B)\dot{+}C \\ A\dot{x}(B\dot{+}C)=(A\dot{x}B)\dot{+}(A\dot{x}C) \\ (A\dot{+}B)^T=B^T\dot{+}A^T \\ (A\dot{x}B)^T=B^T\dot{x}A^T \end{cases}$$

Y cuando las matrices consideradas sean matrices asociadas a un grafo no dirigido, todos los elementos serán 0 ó 1, y las operaciones $\dot{+}$ y $\dot{x}$ vendrán definidas entonces por:

$$\begin{cases} 1 \dot{+} 1 = 1 \\ 1 \dot{+} 0 = 1 \\ 0 \dot{+} 0 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 1 \dot{x} 1 = 1 \\ 1 \dot{x} 0 = 0 \\ 0 \dot{x} 0 = 0 \end{cases}$$

En otras palabras, podremos escribir $\lambda_1 \dot{+} \lambda_2 = \text{máx.}(\lambda_1,\lambda_2)$

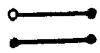
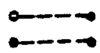
$$\lambda_1 \dot{x} \lambda_2 = \text{mín.}(\lambda_1,\lambda_2)$$

o sea, $\dot{+}$ y $\dot{x}$ serán la adición y multiplicación booleanas, respectivamente.

El uso de las funciones máx, mín permite eliminar la artificiosidad de las curvas de Jordan, cuyo carácter de delimitaciones sin dimensión plantea problemas al aplicarlas como representaciones de fronteras arquitectónicas. Una alternativa, proporcionada por Lotfi Zadeh /1965/, es caracterizar los subconjuntos de un universo de discurso, aquí regiones espaciales, por aplicaciones $A\colon X \longrightarrow [0,1]$, cuyos valores definen el grado de pertenencia de los elementos de un conjunto; las funciones características de la unión y la intersección de dos subconjuntos vienen definidas, respectivamente, por el máx. y el mín. de las funciones características de estos dos subconjuntos (véase E. Trillas /1981/ y la conservación de estas operaciones repercute asimismo en el mantenimiento de propiedades estructurales deseables (Alsina, Trillas, Valverde /1978/),cuestiones éstas que se elaboran en el apartado 2.2.3 .

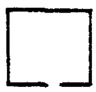
Uno se puede plantear además qué sentido tiene esta aparente artificialidad de la definición de regiones espaciales; en ella se integran dos rasgos: por una parte, la acepción de las fronteras como espacios intermedios o como delimitaciones de la unión de varios objetos espaciales respecto a un dominio, que actúa como soporte o universo de discurso; y en ambos casos el uso de las funciones máx., mín. es aplicable tanto a una descripción matemática como a la de los umbrales sensoriales que caracterizan el tránsito entre regiones espaciales distintas. Por otra parte, al coordinar las fronteras al concepto de negación lógica, y siguiendo la acepción de Piaget, resulta que todas las negaciones son construidas por el sujeto y de ningún modo resultan de la resistencia de los objetos a su asimilación, de donde la ambigüedad, que es la propiedad más difícil de formalizar en las delimitaciones, poseerá la naturaleza que el sujeto le otorgue, lo cual equivale a decir que la interpretación de los hechos espaciales varía con el tiempo y con el sujeto, y así sucede también con las estructuras donde se integra su coherencia, pero, dado que su campo de variabilidad es amplio, pueden detectarse superposiciones que adquieren aquí el caracter de invariancias.

El paso inmediato es ahora obtener una estructura lógica y, para ello, se procede a continuación a enumerar todas las configuraciones para grafos con menos de seis puntos, y en el siguiente apartado se exponen paso a paso la observaciones deducidas, así como su corroboración mediante ejemplos reales.

p_1	○	esp. exterior	
p_2	●	esp. interior	
no q		valor de conexion 0	
q_1		valor de conexiõn 1	Accesibilidad
q_2		valor de conexiõn $\frac{1}{2}$	Adyacencia

---

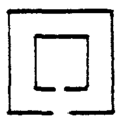
$p=2,\ q=q_1=1$ E,a/1,1

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$p=3,\ q=q_1=2$

E,a,b/1,2,1

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

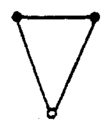
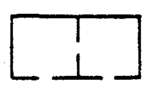
E,ab/2,11

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

$p=3,\ q=q_1=3$

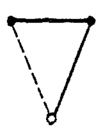
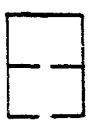
E,(ab)/2,(22)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

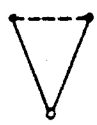
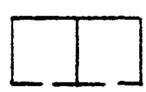
$p=3,\ q=3:\ q_1=2,\ q_2=1$

E,(ab)/1$\frac{1}{2}$,(1$\frac{1}{2}$ 2)

$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

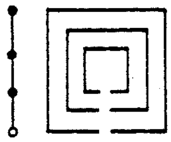
E,(ab)/2,(1$\frac{1}{2}$ 1$\frac{1}{2}$)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} \\ & & 0 \end{pmatrix}$$

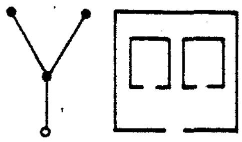
$p=4;\ q=q_1=3$ 4.0

E,a,b,c / 1,2,2,1



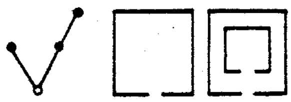
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\ &0&1&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,a,bc / 1,3,11



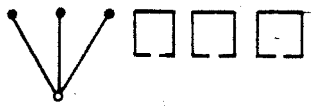
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\ &0&1&1\\ & &0&0\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,ab,c / 2,12,1



$$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\ &0&0&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

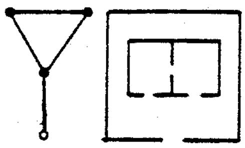
E,abc / 3,111



$$\begin{pmatrix}0&1&1&1\\ &0&0&0\\ & &0&0\\ & & &0\end{pmatrix}$$

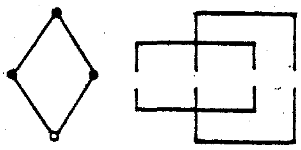
$p=4;\ q=q_1=4$ 4.1

E,a,(bc) / 1,3,(22)



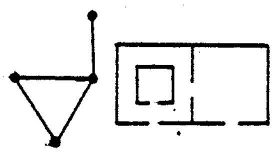
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\ &0&1&1\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,ab,c / 2,22,2



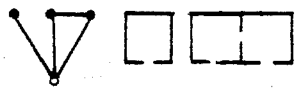
$$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\ &0&0&1\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,(ab),c / 2,(23),1



$$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\ &0&1&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

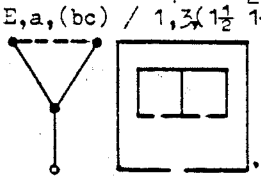
E,a(bc) / 3,1(22)



$$\begin{pmatrix}0&1&1&1\\ &0&0&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

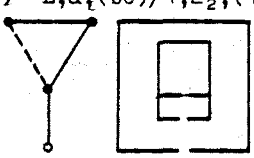
$p=4;\ q=4:\ q_1=3,\ q_2=1$ 4.1.1

E,a,(bc) / 1,3,($1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$)



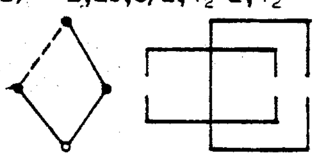
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\ &0&1&1\\ & &0&\frac{1}{2}\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,a,(bc)/1,$2\frac{1}{2}$,($1\frac{1}{2}$ 2)



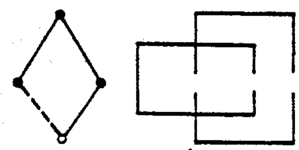
$$\begin{pmatrix}0&1&0&0\\ &0&\frac{1}{2}&1\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,ab,c/2,$1\frac{1}{2}$ 2,$1\frac{1}{2}$



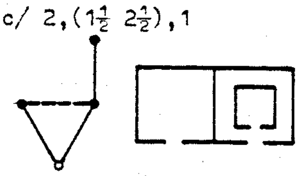
$$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\ &0&0&\frac{1}{2}\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,ab,c/$1\frac{1}{2}$,$1\frac{1}{2}$ 2,2



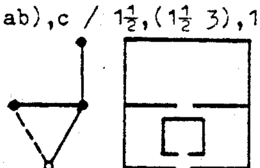
$$\begin{pmatrix}0&\frac{1}{2}&1&0\\ &0&0&1\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,(ab),c/ 2,($1\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$),1



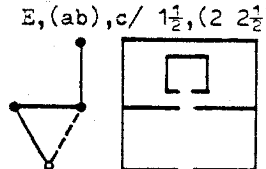
$$\begin{pmatrix}0&1&1&0\\ &0&\frac{1}{2}&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,(ab),c / $1\frac{1}{2}$,($1\frac{1}{2}$ 3),1



$$\begin{pmatrix}0&\frac{1}{2}&1&0\\ &0&1&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,(ab),c/ $1\frac{1}{2}$,(2 $2\frac{1}{2}$),1



$$\begin{pmatrix}0&1&\frac{1}{2}&0\\ &0&1&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

E,a(bc) / 3,1($1\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$)

$$\begin{pmatrix}0&1&1&1\\ &0&0&0\\ & &0&\frac{1}{2}\\ & & &0\end{pmatrix}$$

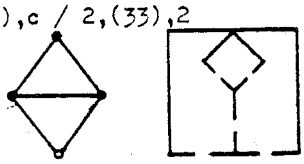
E,a(bc) / $2\frac{1}{2}$,1($1\frac{1}{2}$ 2)

$$\begin{pmatrix}0&1&\frac{1}{2}&1\\ &0&0&0\\ & &0&1\\ & & &0\end{pmatrix}$$

4.2

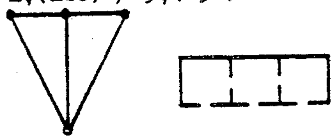
$p=4,\ q=q_1=5$

E,(ab),c / 2,(33),2



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc) / 3,(232)

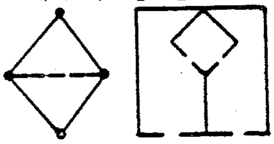


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

4.2.1

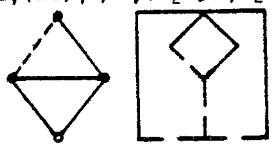
$p=4,\ q=5:\ q_1=4,\ q_2=1$

E,(ab),c/2,$(2\frac{1}{2}\ 2\frac{1}{2})$,2



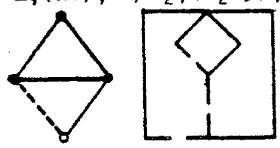
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c/2,$(2\frac{1}{2}\ 3)$,$1\frac{1}{2}$



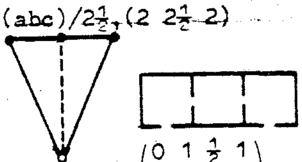
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c /$1\frac{1}{2}$,$(2\frac{1}{2}\ 3)$,2



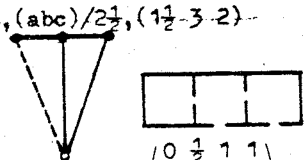
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/$2\frac{1}{2}$,$(2\ 2\frac{1}{2}\ 2)$



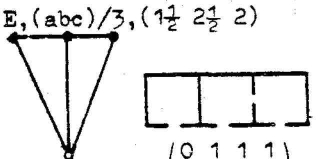
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/$2\frac{1}{2}$,$(1\frac{1}{2}\ 3\ 2)$



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/3,$(1\frac{1}{2}\ 2\frac{1}{2}\ 2)$

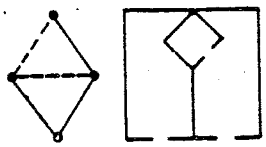


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

4.2.2

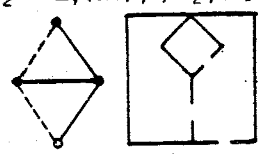
$p=4,\ q=5:\ q_1=3,\ q_2=2$

E(ab),c/2,$(2\ 2\frac{1}{2})$,$1\frac{1}{2}$



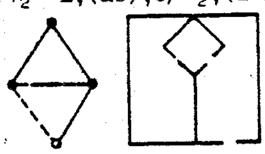
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c/$1\frac{1}{2}$,(23),$1\frac{1}{2}$



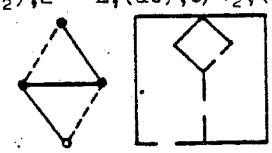
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c/$1\frac{1}{2}$,$(2\ 2\frac{1}{2})$,2



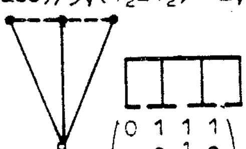
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c/$1\frac{1}{2}$,$(2\frac{1}{2}2\frac{1}{2})$,$1\frac{1}{2}$



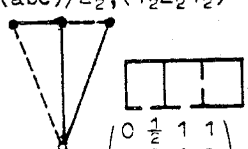
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & 0 \\ & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/3,$(1\frac{1}{2}2 1\frac{1}{2})$



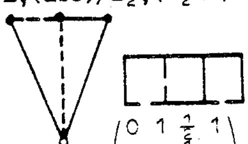
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ & & 0 & \frac{1}{2} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/$2\frac{1}{2}$,$(1\frac{1}{2}2\frac{1}{2}1\frac{1}{2})$



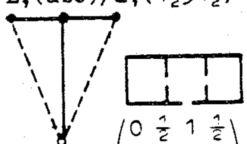
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & \frac{1}{2} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/$2\frac{1}{2}$,$(1\frac{1}{2}22)$



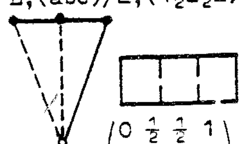
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/2,$(1\frac{1}{2}3 1\frac{1}{2})$



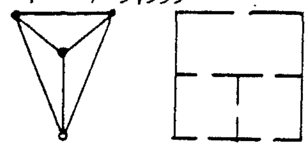
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc)/2,$(1\frac{1}{2}2\frac{1}{2}2)$



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

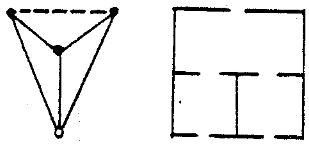
$p=4;\ q=q_1=6$ — E,abc / 3,333 — 4.3



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

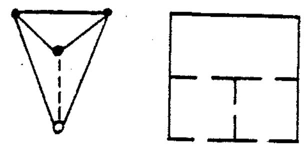
$p=4;\ q=6:\ q_1=5,\ q_2=1$ — 4.3.1.

E,abc / 3,3 $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

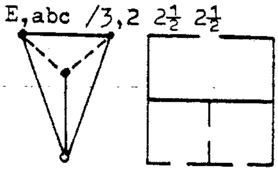
E,abc / $2\frac{1}{2}$,$2\frac{1}{2}$ 3 3



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

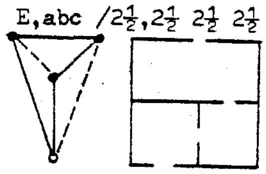
$p=4;\ q=6:\ q_1=4,\ q_2=2.$ — 4.3.2

E,abc /3,2 $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$



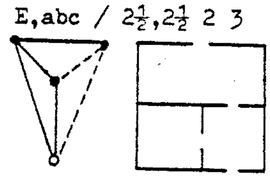
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abc /$2\frac{1}{2}$,$2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$



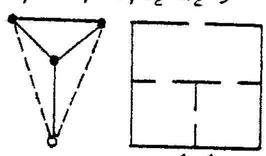
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & \frac{1}{2} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abc / $2\frac{1}{2}$,$2\frac{1}{2}$ 2 3



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

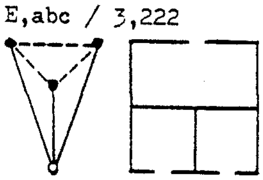
E,abc / 2,$2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$ 3



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

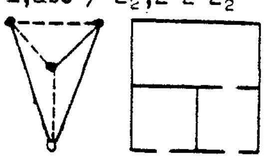
$p=4;\ q=6:\ q_1=3,\ q_2=3$ — 4.3.3

E,abc / 3,222



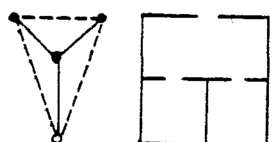
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & & 0 & \frac{1}{2} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abc / $2\frac{1}{2}$,2 2 $2\frac{1}{2}$



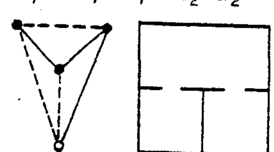
$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & 1 & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & \frac{1}{2} \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abc / 2,223



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

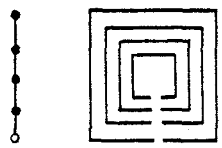
E,abc / 2,2 $2\frac{1}{2}$ $2\frac{1}{2}$



$$\begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 1 \\ & 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$

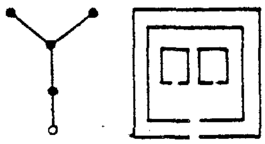
$p=5;\ q=q_1=4$ 5.0

E,a,b,c,d/1,2,2,2,1



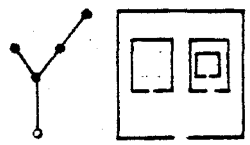
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a,b,cd/1,2,3,11



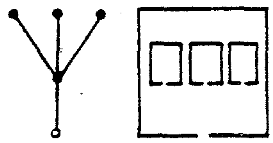
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a,bc,d/1,3,12,1



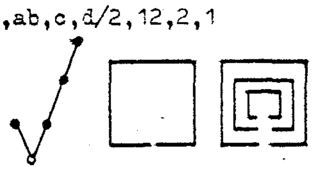
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a,bcd/1,4,111



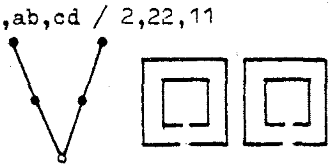
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,ab,c,d/2,12,2,1



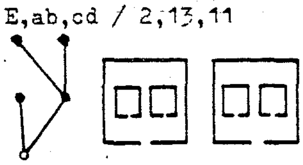
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,ab,cd / 2,22,11



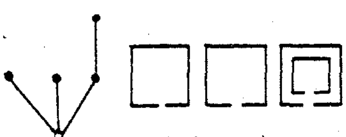
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,ab,cd / 2,13,11



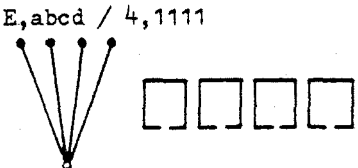
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abc,d / 3,112,1



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

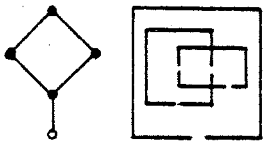
E,abcd / 4,1111



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

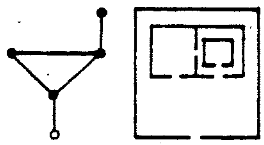
p=5, $q=q_1=5$ 5.1

E,a, bc ,d/1,3, 22 ,2



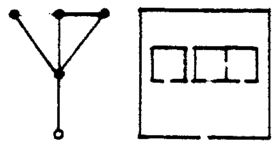
$$\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&0&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a,(bc),d/1,3,(23),1



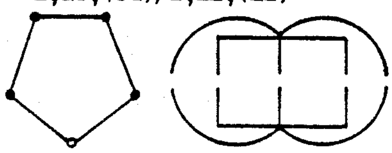
$$\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a,b(cd)/1,3,1(22)



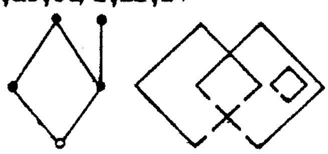
$$\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ &0&1&1&1\\ &&0&0&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab,(cd)/2,22,(22)



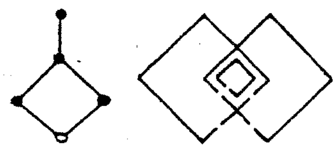
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&1&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab,cd/2,22,21



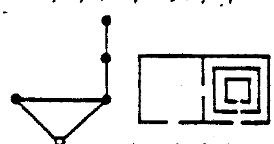
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&1&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab,c,d/2,22,3,1



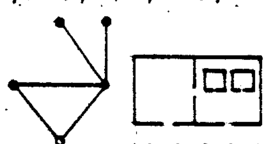
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&1&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c,d/2,(23),2,1



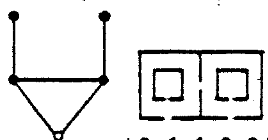
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),cd/2,(24),11



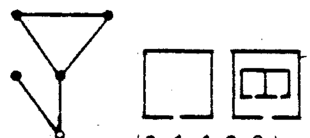
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),cd/2,(33),11



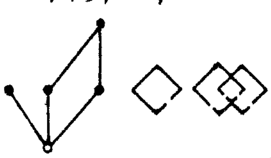
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&0&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab,(cd)/2,13,(22)



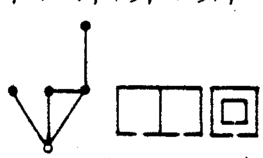
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&0&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,abc,d/3,122,2



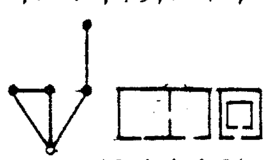
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&0&0&0\\ &&0&0&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a(bc),d/3,1(23),1



$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&0&0&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab)c,d/3,(22)2,1



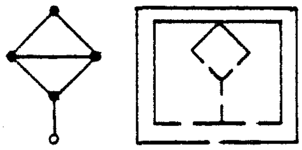
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&0&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab(cd)/4,11(22)

$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&1\\ &0&0&0&0\\ &&0&0&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

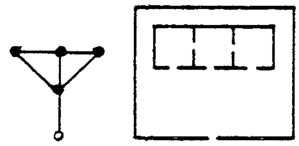
p=5; $q=q_1=6$ 5.2

E,a,(bc),d/1,2,(33),2



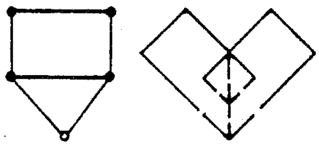
$$\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a,(bcd)/1,3,(232)



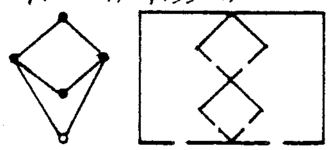
$$\begin{pmatrix} 0&1&0&0&0\\ &0&1&1&1\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),(cd)/2,(33),(22)



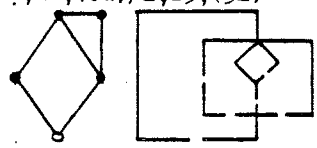
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&0&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(abcd)/2,(3322)



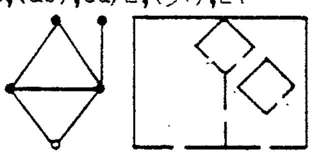
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&1&1\\ &&0&1&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,ab,(cd)/2,23,(32)



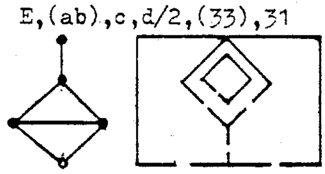
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&0&1&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),cd/2,(34),21



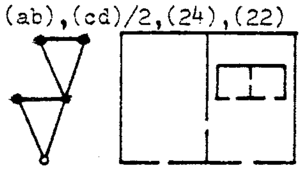
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),c,d/2,(33),31



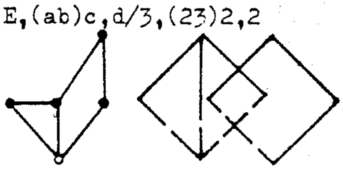
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&1&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),(cd)/2,(24),(22)



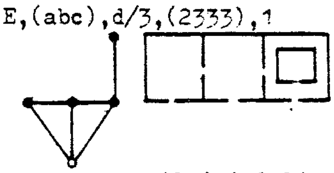
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&0&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(ab)c,d/3,(23)2,2



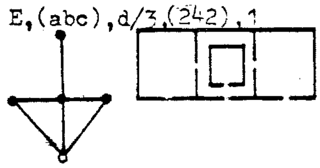
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&0&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d/3,(2333),1



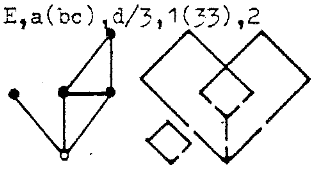
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d/3,(242),1



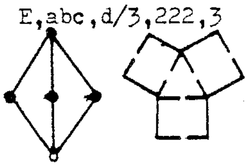
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&1&0&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&0\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a(bc),d/3,1(33),2



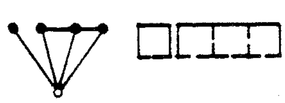
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&0&0&0\\ &&0&1&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,abc,d/3,222,3



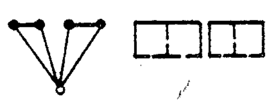
$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&0\\ &0&0&0&1\\ &&0&0&1\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

E,a(bcd)/4,1(232)



$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&1\\ &0&0&0&0\\ &&0&1&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

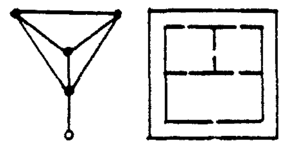
E,(ab)(cd)/4,(22)(22)



$$\begin{pmatrix} 0&1&1&1&1\\ &0&1&0&0\\ &&0&0&0\\ &&&0&1\\ &&&&0 \end{pmatrix}$$

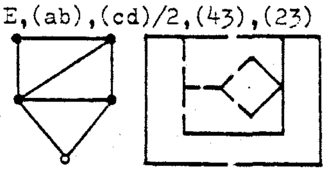
$p=5$, $q=q_1=7$ 5.3

E,a,(bcd)/1,4,(333)



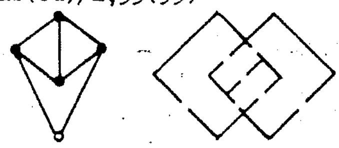
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab),(cd)/2,(43),(23)



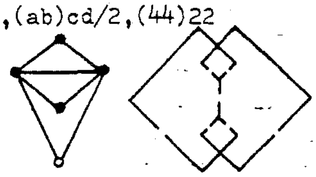
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,ab(cd)/2,33(33)



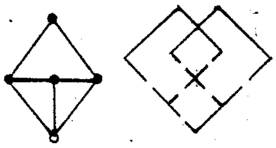
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(ab)cd/2,(44)22



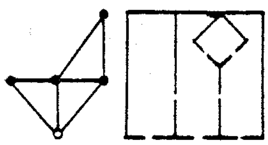
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d/3,(333),2



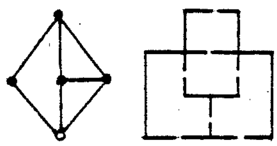
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d/3,(243),2



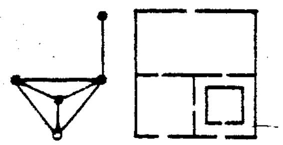
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a(bc),d/3,2(33),3



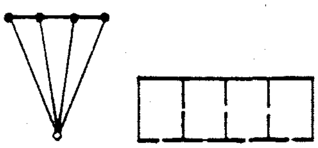
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d/3,(334),1



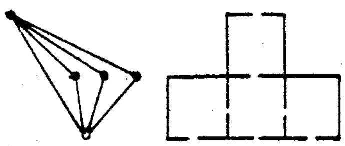
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abcd)/4,(2332)



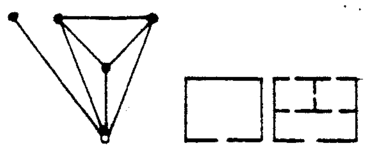
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,abcd/4,4222



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a(bcd)/4,1(333)

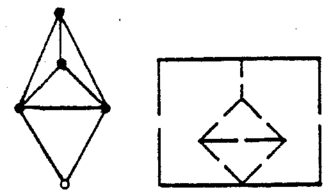


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

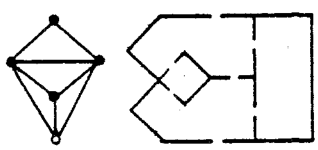
$p=5,\ q=q_1=8$ 5.4

E,(ab),(cd) / 2,(33),(33)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

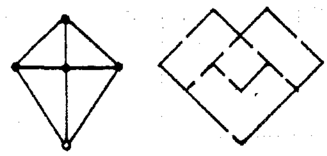


E,(abc),d / 3,(434),2



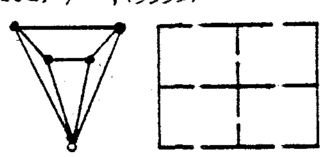
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abc),d / 3,(343),3



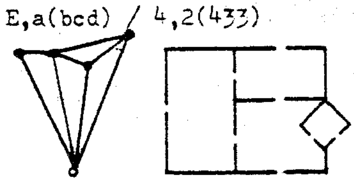
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,(abcd) / 4,(3333)



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

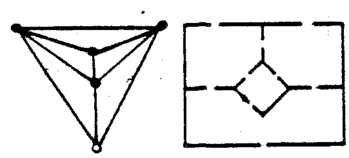
E,a(bcd) / 4,2(433)



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

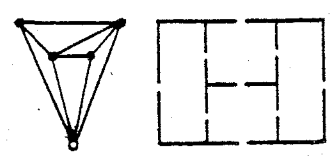
$p=5,\ q=q_1=9$ 5.5

E,(abc),d / 3,(444),3



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

E,a(bc)d / 4,3(44)3



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

2.2.2. B.- Operaciones grafo-teóricas y Sintaxis espacial

Una vez adquirida cierta familiaridad con los conceptos de la Teoría de Grafos y sus operaciones, podremos hacer un uso más creativo, comparando situaciones semejantes y abstrayendo leyes taxonómicas. El desarrollo que hemos colocado delante de estas páginas es una generación de configuraciones cuyos elementos de partida no podían ser más sencillos: los espacios o dependencias de un lugar o edificio vienen representados por puntos para los que se especifican dos clases, las regiones interiores del lugar y la región exterior que circunda a aquellas. El sentido de este distingo procede de la necesidad de indicar la posición del observador que se encuentra en estas situaciones; por el momento nos colocaremos en el exterior y procederemos hacia los interiores, y ya se explicará más adelante qué sucede cuando el observador se localiza en un espacio cualquiera.

Además, las relaciones entre espacios son igualmente abstractas y sencillas; se limitan a la existencia o carencia de conexiones, representadas en las matrices de adyacencia por los valores 1 y 0, respectivamente, y se introduce un valor intermedio adicional $\frac{1}{2}$ para designar aquellas situaciones en que los espacios son adyacentes y para los que la accesibilidad es imposible. Es preciso subrayar que el uso de este valor intermedio es perfectamente legitimo, de acuerdo con la concepción de *grafo difuso*, expuesta por L. Zadeh (25), y presta servicios adecuados en los estadios más bajos de la enumeración de configuraciones gráficas. La variedad no parece proceder de la pluralidad de los elementos de partida, sino más bien de la capacidad de combinación entre ellos, y el uso de varios valores de conexión complica inútilmente el desarrollo: en suma, la adición de valores de conexión intermedios entre 0 y 1 incrementa la complejidad funcional, pero no la estructural.

Por tanto, el proceso de generación expuesto consiste en ir aumentan do el número de puntos (o regiones interiores) de modo continuo y parsimonioso, y, al mismo tiempo, aumentará el número y el orden de las conexiones posibles entre ellos. Puede observarse que siempre se parte de los grafos que resultan de un número fijo de conexiones para un número fijo de puntos, considerando en primer lugar las conexiones de valor 1 (accesibilidad) y procediéndose después a cambiar paulatinamente algunas accesibilidades por adyacencias, tantas como la configuración permita sin quebrar los accesos a todas las dependencias. Así, la serie de configuraciones expuesta va creciendo hasta detenerse en p=5, q=9 - cinco puntos y nueve conexiones - dado que el grafo correspondiente a p=5, q=10 ($k_{5,5}$), que podemos visualizar como suma de un pentágono regular y uno estrellado, no es plano según prescribe el teorema de Kuratowski.

Para cada grafo se adjunta una figura cuya misión es la de ilustrar la disposición de espacios que aquél describe, pero que no pretende ser concluyente ni única; de hecho existe una multitud de figuras para cada grafo. Sobre ellos se encuentra su denotación, y, debajo, la matriz de adyacencia asociada al grafo, que queda descrita con la mitad de sus valores por ser simétrica; de este modo podemos detectar rápidamente su relación con otras matrices y las operaciones que la constituyen, y si se desea obtener la matriz completa basta con reflejar los valores indicados respecto a la diagonal principal, constituida siempre por ceros.

La primera serie va desde p=1, q=0 hasta p=3, q=3, y expone los elementos, relaciones y operaciones elementales, con el carácter de representaciones de conceptos primitivos, irreducibles a otros más sencillos e indepen dientes de intenciones, juicios de valor o significados. Así, toda la exposición adquiere la cualidad de elaboración sintáctica formándose como cálculo abstracto.

El primer gesto es el establecimiento de dos tipos de regiones: interiores y exterior. Este posee el carácter de una extensión de recorridos libres, ya implícito en el concepto de dominio: se trata de una región abierta, cuya delimitación - si existe - no es una barrera que la encierre, y entre dos de sus puntos (o lugares) arbitrariamente elegidos siempre puede establecerse un camino que los una.

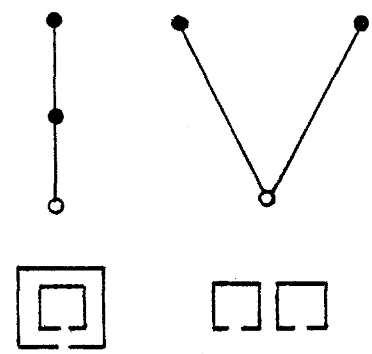
Por el contrario, los espacios interiores no presentan la independencia del espacio exterior, siempre hacen referencia a otro en el que se hallan incluidos, a una delimitación, pero ésta no debe interpretarse, en todos los casos, como un cerramiento exterior continuo.

Las relaciones entre las regiones arriba descritas se representan mediante diferentes conexiones, partiendo del supuesto de que todos los espacios son accesibles de alguna manera: puesto que admitir la posibilidad de "espacios prohibidos" o "completamente inaccesibles" conduciría a quebrar el carácter físico y concreto de un estudio formal:

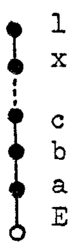
- La ausencia de conexión entre dos espacios expresa la separación completa, sólo puede existir un tránsito entre ellos a través de un tercero. Si recordamos la advertencia de que un grafo muestra relaciones entre varios niveles de interioridad, se llega a la conclusión de que el nivel en que se hallan vendrá determinado por la posición que ocupen los elementos que establecen el tránsito entre ellos.
- La accesibilidad y la adyacencia unen puntos del mismo nivel jerárquico o de niveles contiguos, y, evidentemente, dos espacios accesibles entre sí son adyacentes.

Para dos regiones - una interior y una exterior - sólo hay una disposición posible, en la que la primera aparece como contenida y la segunda como continente, produciéndose entre ambas una relación binaria, dual (que recuerda el teorema de la curva de Jordan) y dialéctica, dado que ninguna tiene sentido sin la otra: esta pareja indivisible expresa el grado mínimo de elaboración sintáctica en forma de una operación binaria, conmutátiva e idempotente.

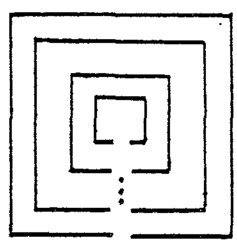
Apenas se añade un espacio más (p=3), este tercer elemento fuerza a que uno de los anteriores haga de mediador entre los ya existentes y el añadido; según que este intermediario sea el espacio interior o el exterior, aparecerán dos configuraciones caracterizadas, respectivamente, como una serie convergente en un límite (v.g. el espacio más interior y que sucede a todos los demás), o como una colección de espacios o lugares próximos:



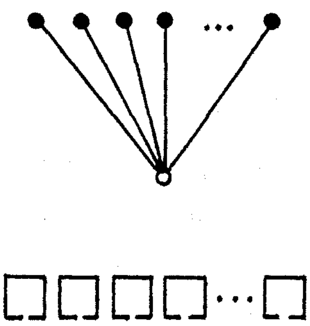
* Estudiando las matrices de adyacencia podremos observar que el rasgo que caracteriza al primer caso es una serie de unos paralela a la diagonal principal; es decir, los elementos de la sucesión E, a, b, ... , x, 1 se conectan contiguamente cada uno con el siguiente (Ea, ab, ..., xl). La recurrencia de esta operación se ejemplifica bien en el templo egipcio o griego, en la pirámide escalonada o en las muñecas rusas de madera, cada una de las cuales se encierra en otra, que a su vez se encerrará en una tercera y así sucesivamente, y su representación matricial será:



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 0 & & 0 \\ & & 0 & 1 & 0 & & 0 \\ & & & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ & & & & \ddots & & \vdots \\ & & & & & 0 & 1 \\ & & & & & & 0 \end{pmatrix}$$



En el segundo caso, los espacios interiores no tienen conexiones entre sí, pero todos ellos son accesibles desde el espacio exterior, hecho que se expresa en la matriz asociada: si E está conectado con todos los espacios, la primera fila estará formada por unos, y la matriz de la recurrencia es la que se adjunta a la izquierda de este texto.



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & & 0 \\ & & & 0 & 0 & & 0 \\ & & & & 0 & \cdots & 0 \\ & & & & & & \\ & & & & & 0 & 0 \\ & & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

No obstante, no es tan conspicua otra de sus propiedades espaciales, que sí aparece en cualquiera de las figuras empleadas para ilustrar la operación: todos los espacios interiores constituyen una colección, cuya propiedad característica es la de ser accesibles desde E; sus elementos serán entonces próximos entre sí, motivo por el que la colección antedicha podrá tomarse como un entorno o vecindad de espacios o lugares cercanos.

******

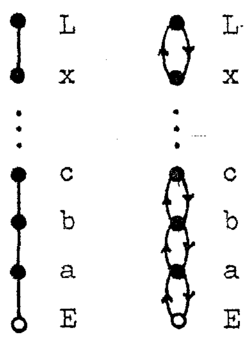
Parece pertinente detenerse un momento a considerar las nociones hasta aquí expuestas dentro de un esquema formalizado: la primera como definición de frontera o interfaz entre dos jerarquías, relacionada con el concepto de clausura; la segunda como uso de una serie convergente cuyo límite es un espacio de máxima interioridad (o el espacio exterior, según que la serie siga un orden inclusivo o exclusivo); la tercera como establecimiento de una vecindad o entorno de espacios próximos entre sí o a otro dado. Y nos detenemos porque en estas tres operaciones se pueden hallar las "tres bases del concepto de espacio en topología", tal como K. Menger las expusiera en 1939 (26):

i) "Como <u>clase límite</u> Fréchet denota un conjunto de elementos en que se distinguen secuencias numerables de elementos. Cada secuencia distinguida se llama convergente", y a cada una de ellas se asocia exactamente un ele mento, su límite.

"Se supone que cada subsecuencia de una secuencia convergente es convergente, y que cada secuencia, cuyos elementos son todos iguales a uno y el mismo elemento, es convergente y tiene a este elemento como su límite.

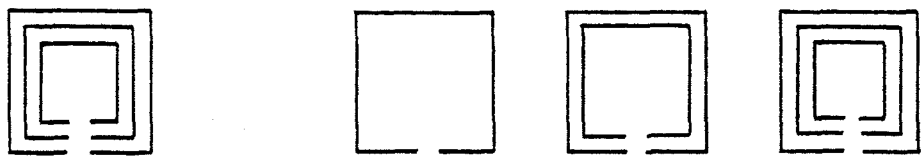
En lugar de describir una clase límite como un conjunto en el que se distinguen ciertas secuencias, podemos hablar, de un modo más formal, de una clase límite si se dan un conjunto L y un subconjunto C de d^L, donde d^L denota el conjunto de todas las secuencias numerables de los elementos de L, y los elementos de C se llaman secuencias distinguidas. Las dos propiedades de las secuencias convergentes pueden expresarse entonces como propiedades del conjunto C".

La interpretación grafo-teórica de estas observaciones es posible mediante el nexo ya apuntado con las relaciones de orden parcial: la secuencia convergente adquiere el carácter de camino o callejón sin salida cuyo final es el limite L, que es posterior a todos los elementos del camino. Por otro lado, la identificación del grafo que representa la secuencia de espacios con el subgrafo lineal que describe los recorridos conduce a un grafo dirigido donde cada par de vértices adyacentes está unido por dos arcos en los dos sentidos opuestos, con lo que se forman dos series de caminos dirigidos en sentidos opuestos, para los cuales el límite describe el cambio de dirección.

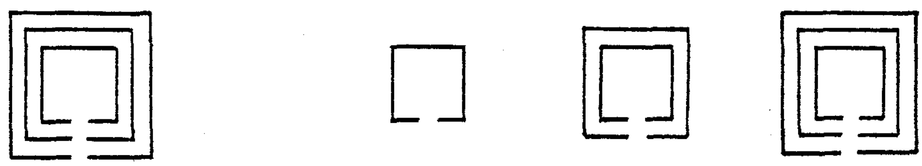


La trascendencia sintáctica de ambos grafos radica precisamente en la posibilidad de identificar estas dos direccionalidades en las operaciones mencionadas; existen dos órdenes - inclusivo y exclusivo -, bien ilustrados en el grafo de los recorridos pero que no se expresan claramente en el grafo de conexiones. En suma, los objetos espaciales con estas peculiaridades sintácticas pueden obtenerse mediante uno de los dos procesos siguientes:

- mediante un ordenamiento centrípeto, por sucesivas inclusiones a partir del cerramiento mayor:



- o mediante un ordenamiento centrífugo, por sucesivos cerramientos, cada uno de los cuales incluye al anterior:



hechos ambos a los que haremos referencia siempre que se mencione la direccionalidad como una de las propiedades de las configuraciones sintácticas.

ii) La segunda de las nociones primitivas es la de clase de vecindad, "por la que Hausdorff denota un conjunto $\underline{T}$ (cuyos elementos se llaman puntos) en que ciertos subconjuntos distinguidos se asocian a los puntos. Cada subconjunto distinguido asociado a un punto $\underline{x}$ se llama una vecindad - o entorno - del punto $\underline{x}$". (Nótese que la afirmación básica de esta frase es que todo elemento pertenece a una colección, a un entorno en el que se considera incluido, y que esta colección puede incluirse, a su vez, en otra mayor; la noción de partida es, por lo tanto, la de pertenencia o inclusión).

"Se supone que:

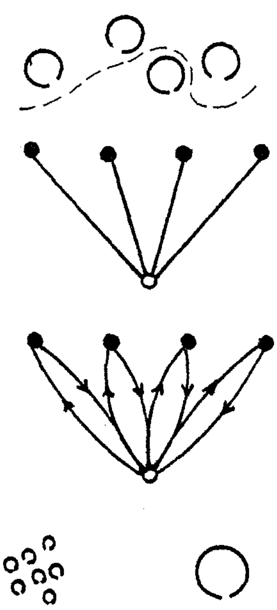
1. Cada punto $\underline{x}$ de $\underline{T}$ es elemento de al menos una vecindad de $\underline{x}$, y cada vecindad o entorno de $\underline{x}$ contiene al punto $\underline{x}$.

2. Si $\underline{U}_x$ y $\underline{V}_x$ son dos vecindades de $\underline{x}$, entonces existe una vecindad de $\underline{x}$ que es un subconjunto de ambos $\underline{U}_x$ y $\underline{V}_x$.

3. Si $\underline{y}$ es un punto contenido en el entorno $\underline{U}_x$, entonces existe un entorno de $\underline{y}$ que es un subconjunto de $\underline{U}_x$.

4. Para cada par de puntos x, y distintos, existen dos entornos U_x y V_x que no tienen ningún punto en común".

Como ya se ha mencionado, existe un nexo sutil entre la pertenencia a un entorno y la relación de proximidad. Puede introducirse igualmente como un tipo de conexión específico, distinguiéndolo de los de accesibilidad y adyacencia, pero parece preferible reducir al máximo los conceptos primitivos e introducirla como propiedad de los elementos del subconjunto distinguido que se llama vecindad o entorno. Su representación gráfica adquiere la forma de un racimo, donde se muestra la primacía del espacio exterior y de los caminos en él y desde él establecidos.



Para captar las cualidades sintácticas de estas operaciones debe tenerse en cuenta que al hablar de entorno se considera la colección de objetos como totalidad, mientras que la proximidad es una característica de los "puntos" como individualidades. Pero si tomamos ahora la colección de objetos como individualidad, como un nuevo objeto de un nivel de complejidad más alto, la propiedad que le cualifica es la de ser *permeable*, - donde no se presentan barreras a quien desea atravesarlo -, en oposición a los objetos definidos por *clausura*, cuya propiedad específica es precisamente la resistencia a ser accedidos. Todo ello expresa, además, la existencia de dos modos de delimitación (distinción y diferenciación), relacionadas con las nociones topológicas de conjunto cerrado y abierto según incluyan o no a su frontera como parte integrante de su forma, y que sugieren, al mismo tiempo, dos cualidades primarias de los objetos espaciales, los cuales habrán de pertenecer, inevitablemente, a una de estas dos grandes clases.

iii) Por último, la clausura de un conjunto A está formada por puntos para cada uno de los cuales existe un entorno que contiene puntos de A y puntos no pertenecientes a A.

"Como clase de clausura denota Kuratowski un conjunto en que a cada subconjunto A se le asocia un conjunto $\bar{A}$ llamado su clausura. Se supone que:

1. La clausura de la suma de dos conjuntos es igual a la suma de las clausuras de los dos conjuntos.

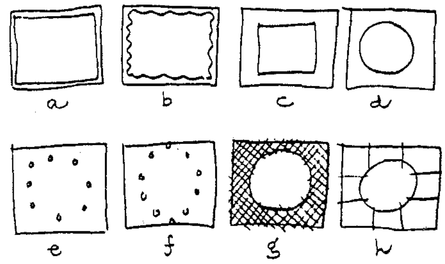
2. La clausura de un conjunto consistente en un punto consta de ese único punto.

3. La clausura del conjunto vacío es el conjunto vacío.

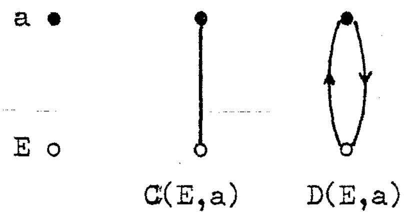
4. La clausura de la clausura de un conjunto es igual a tal clausura del conjunto".

De todas las nociones expuestas ésta es la más trascendental, compleja y, al mismo tiempo, la cardinal sobre la cual se apoya el resto, entre otras razones porque la mayoría de los autores se sirven de ella para elaborar su visión personal del concepto de forma arquitectónica. En concreto, las obras consultadas para elaborar la exposición de su base lógica - aportaciones de los positivistas del Círculo de Viena (en especial, K. Menger, R. Carnap y L. Wittgenstein), y de K. Popper,B. Russell y algunos seguidores suyos como Spencer-Brown -, nos sugieren el uso de la clausura en dos sentidos: como interfase entre dos niveles de un desarrollo lógico, o como concepto íntimamente ligado a los de inclusión y negación - o existencia de complementario -. E igualmente, dentro del contexto de la crítica arquitectónica, R. Venturi / ed. española 1972/(p. 119) presenta la clausura como operación que resuelve las contradicciones entre el interior y el exterior, y "los esquemas de plantas ilustran que tales estratos entre el espacio interior y el exterior pueden ser más o menos contrastantes en forma, posición, dibujo y tamaño".

La clausura marca dos estados que pueden considerarse contiguos o su cesivos. La contigüidad, expresada en Teoría de Grafos por la existencia de conexión, otorga a ambas partes de la clausura un carácter dialéctico, puesto que si se elimina cualquiera de ellas se destruye inmediatamente la posibilidad de tal conexión; por ello, la pareja primaria no se considera aquí como el par de regiones representadas por puntos - exterior e interior, (E, a) -, sino la constituida por dicho par de regiones o estados y la conexión entre ellos - (E,a); C(E,a) -; así, el comentario de R. Venturi y la figura que lo ilustra, incorporada junto a estas líneas,



se pueden interpretar en el sentido de que la variedad de la clausura depende de las cualidades de la conexión entre ambas partes de la interfase. Y, por



este motivo, la operación sintáctica más elemental no se refiere a una colección de elementos, sino a la delimitación inicial de un objeto o una clase respecto a un universo que, en un principio, se halla indiferenciado.

Ambos estados aparecen como sucesivos, generando un orden, si el establecimiento de una clausura se toma ahora como operación: esta pareja inicial de dos estados contiguos, considerada como objeto, puede pasar a formar parte o estar incluida en una clase de un nivel superior; o, considerada ahora como clase, puede ser utilizada, de manera similar a como lo había sido el universo indiferenciado, para alojar en su interior a otros objetos que serán entonces sus elementos. En suma, la pareja inicial se caracteriza por su sincronicidad, que sólo se mantiene posteriormente en la capacidad de cada objeto de ser elemento de una clase superior a él o de ser la clase de los elementos en ella contenidos; mientras que las elaboraciones sintácticas posteriores muestran todas un carácter causal que ya habíamos visto expresado brevemente en su naturaleza direccional - centrípeta o centrífuga -, y no basta entonces con exponer la serie de espacios - E,a,b,... - que forman la configuración junto con sus conexiones mutuas - C(E,a,b,...) -, sino que se precisa especificar también su direccionalidad mediante una representación de los recorridos, factible mediante el uso de grafos dirigidos - D(E,a,b,...)-.

En todas las definiciones anteriores se observa de inmediato su dependencia de la noción de punto, la cual es inconveniente para nuestros propósitos, a menos que se identifique con la acepción de este término en la Teoria de Grafos utilizada hasta aquí, o que su sentido se amplíe para denotar hechos más acordes con la realidad física. Como el mismo K. Menger /1939/ observa, "en los tres casos se supone que los elementos del espacio, los puntos, vienen dados individualmente y que el carácter espacial del conjunto consiste en relaciones entre, y propiedades de, algunos conjuntos de estos elementos". Puede hallarse entonces un sustituto para la noción de punto, sin quebrar el esquema expuesto, y así procedió Nicod /1924/ continuando ideas de Whitehead al elaborar una teoría que partía de "volúmenes" y de una relación de "estar contenido en el interior de"; y, de manera similar, K. Menger introduciría el uso de la noción de "lump", palabra de difícil traducción, pero que podemos ilustrar con otras como punto borroso, pedazo, masa difusa, etc. Estos puntos borrosos son, en realidad, secuencias inclusivas de intervalos y se relacionan, por tanto, con la definición que Cantor diera de los números reales y con el concepto de clase de vecindad de Hausdorff, derivando su operatividad del parentesco de la relación de "estar completamente contenido en" con la de orden, ya implícito en las palabras mediante las que se trata de traducirlos.

En consecuencia, podemos mantener los conceptos expuestos y adoptar estos puntos borrosos como elementos de partida para la descripción de los objetos que nos ocupan, e igualmente se precisará la relación de "estar contenido en" para la de sus delimitaciones. El uso de ambas nociones permite describir tanto los objetos limitados con precisión como aquéllos cuyos bordes sean borrosos; y tal uso no sólo es oportuno sino inevitable cuando la frontera entre dos espacios se toma como una zona intermedia y no un mero borde o cerramiento. La nueva acepción permite también reafirmar que los objetos aquí tratados serán fragmentos del espacio delimitados por diferenciación (permeabilidad) o distinción (impermeabilidad), según que sean atravesables o no.

Al mismo tiempo, esta interpretación resulta compatible con las construcciones de Wald, Moore, Stone, Wallman y Milgram, discutidas por Menger /1939/; y la topología y la Teoría de Grafos pueden integrarse, como Veblen sugiriera en 1922, partiendo del concepto de complejo simplicial, definido como una colección V de "puntos" junto con una colección S de subconjuntos no vacíos de V, cada uno de los cuales recibe el nombre de simplex, y que satisfacen las siguientes condiciones:

- Cada punto es un simplex.
- Todo subconjunto no vacío de un simplex es también un simplex.

Puede concretarse ahora que la dimensión de un simplex es el número de sus puntos menos uno, la de un complejo simplicial es la dimensión máxima de cualquier simplex en él contenido: una línea es entonces un simplex 1-dimensional y un complejo será 0-dimensional si, y sólo si, consiste en una colección de puntos pero carece de líneas o de simplex de mayores dimensiones. De aquí que todo grafo sea un complejo 1-dimensional (a lo sumo), ya que sólo contendrá líneas o puntos, y por esta razón el primer libro sobre grafos - obra de D. König - se presentó como una "Kombinatorische Topologie der Streckenkomplexe".

Por supuesto, algunos conceptos deberán adquirir por necesidad una nueva amplitud; en particular, la clausura, que antes se visualizaba casi de inmediato como una curva de Jordan que separaba un conjunto A y su complementario, resultará ser ahora una barrera o zona intermedia C entre la región interior I y la exterior E, y habrá que definirla como un conjunto donde para cada uno de sus elementos (ya sean considerados como puntos borrosos o como símplices) existe un entorno que contiene: o bien partes de I y de C, o bien partes de C, o bien partes de C y E. Todas estas concepciones pueden identificarse en la descripción topológica del lugar con el muro o un espacio de transición entre dos espacios o dominios perfectamente definidos; sin embargo, la variedad de situaciones no termina aquí: puede suceder que la interfaz entre el dominio continente y el contenido carezca de espesor - piénsese por un momento en un podio o en el estilobato del templo griego - y habremos de expresar en tal caso que la dimensión de la clausura es cero o que tal clausura no existe.

La trascendencia de todas estas precisiones va más allá del mero ejercicio topológico: limitan considerablemente los elementos básicos de nuestro desarrollo lógico y nos fuerzan a prestar más atención a los conceptos primitivos, pero, claro está, cuanto se pierde entonces en variedad se gana en intensidad, de la que se derivan las dificultades del tratamiento y su belleza conceptual.

Asimismo, resulta inevitable introducir dos interpretaciones - lógica y física - de las operaciones sintácticas y, apenas se someten éstas a la comprobación de sus cualidades en objetos reales, salta a la vista la necesidad de considerar la existencia de <u>temas sintácticos</u>, más bien que operaciones claramente delimitadas. Dichos temas se constituyen al considerar operaciones similares o cercanas, de las cuales una ejemplifica las cualidades arquetípicas de tal tema, permitiendo elaborar una estructura y unas series genéticas o evolutivas; pero esta operación arquetípica rara vez agota toda la variedad del tema, si bien sus características se encuentran subyaciendo a todas las cercanas a ella.

Incluso cuando se opera matemáticamente aparecen casos-límite de difícil clasificación, pero es sobre todo en la corroboración con ejemplos reales donde se percibe más claramente que un determinado poblado o edificio está formado por recurrencias de diversas operaciones aplicadas a diferentes niveles, y en contadas ocasiones nos hallamos ante un ejemplo arquetípico formado por sucesivas recurrencias de la misma operación única: los temas u operaciones sintácticos iniciales pueden considerarse limitados, es el número y orden de sus combinaciones lo que genera una variedad prácticamente inagotable. En tales circunstancias es preferible subrayar el carácter puramente taxonómico de este estudio y acudir a la etimología del termino <u>taxonomía</u>: la finalidad es hallar <u>leyes en los ordenamientos</u> constituidos por diversos objetos en un lugar; pero estas leyes no existen a priori, aunque por exigencias de exposición se hayan presentado aquí como si el método seguido fuera inductivo; por el contrario, deseamos que se entiendan como resultado de una búsqueda de coherencia en la coordinación de los hechos observados en ejemplos reales y de las sugerencias que un enfoque lógico-matemático proporciona, o, en otras palabras, como equilibrio entre lo que ha existido y lo que puede existir. Los enfoques históricos, antropológicos y arqueológicos muestran únicamente las operaciones que las culturas objeto de su análisis utilizan o han utilizado en un periodo determinado para controlar sus relaciones con el medio-ambiente, y que le son específicas a tal grupo o tal período, y no precisan compararlas con operaciones similares en otras culturas, excepto en trabajos de generalizacion ; contrastando con tal operatividad, la elaboracion lógica proporciona precisión y variedad, pero requiere probar sus resultados con hechos reales, que en los enfoques mencionados son el punto de partida. Y por ello el presente desarrollo discurre entre ambas posturas, aunque sólo se exponga en este apartado una de sus facetas, y siempre se podrá replicar a las críticas con las palabras que Lewis Carroll pusiera en boca de Twedledee: "si ocurrió es que puede ser, y, si ocurriera, sería; pero, como no ocurre, no es. Eso es lógica".

Concretando, las nociones topológicas básicas según Menger - clausura, vecindad y límite - son nuestro punto de partida. Pero no basta con una génesis matemática; es preciso ver si la misma coherencia se desarrolla en ejemplos reales; por ello discutiremos a continuación estos tres temas sintácticos, aquí denominados 2, 1 y 4, por su posición en el esquema que los coordina más adelante:

Tema sintáctico 2 (Cavidad, clausura)

Empezaremos, parafraseando a J. Lacan /1973/, por la dualidad esencial constituida por la oposición espacio interior / espacio exterior, o, en otras palabras, por la dicotomía "yo, aquí, ahora" / "el Otro, allá, antes-después".

Lo que caracteriza al tema 2 es el gesto de la apropiación de un espacio o imposición de una territorialidad en su forma más primitiva, como búsqueda de un cobijo. Durante la Ilustración los teóricos preocupados por los orígenes de la Arquitectura compararon los arquetipos de los que aquí se llaman, respectivamente, temas 1 y 2 con la idea del bosque y la caverna (véase J. Rykwert /ed. española 1974/, y ambas se unen íntimamente a la de cobijo en el espacio humano: en la mayoría de las lenguas indoeuropeas la raíz ur se relaciona con la noción de cavidad, protección o asentamientos del hombre, y así hallamos que el gesto primitivo más inmediato para la construcción de de un refugio es hacer un agujero en el suelo , construir un cortavientos o aprovechar formas naturales con similares características. Compárense las ilustraciones: en la primera una familia de los Vedda en Ceilán se agazapa bajo una roca en Bandiyagalpe para preparar la primera comida de la mañana, según una fotografía de Seligman realizada a finales del siglo pasado; en la segunda, encontramos el "Palacio del Acantilado" del Parque Nacional de Mesa Verde en Colorado, cuyas cavernas se ocuparon desde el décimo milenio antes de Cristo (las construcciones de ladrillo pertenecen a la Cultura Pueblo III, entre los siglos XII y XIV de esta era).

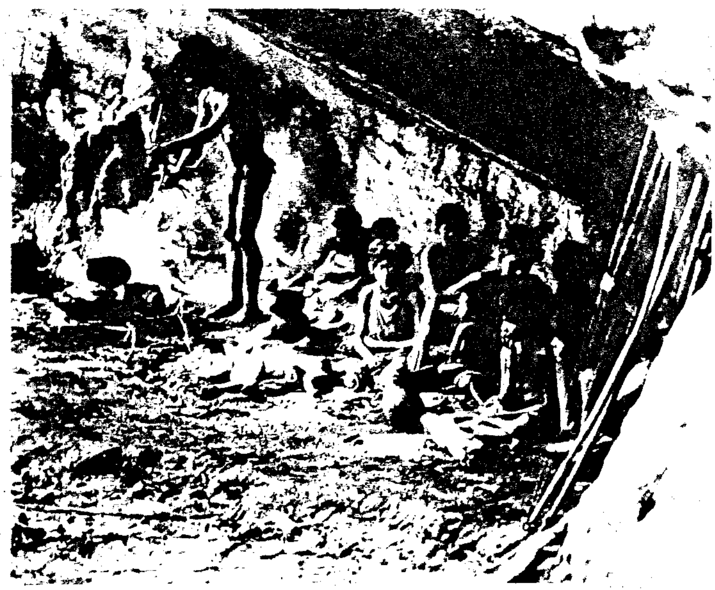


Fig. 2.5.- a) Un grupo de los Vedda bajo la roca de Bandiyagalpe.
b) "Palacio del Acantilado", Mesa Verde (Colorado).

Cuando las condiciones requeridas para esta forma de ocupación no se hallan en forma natural, se reproducen por medios artificiales; hallamos entonces el espacio característico de una tienda o cabaña, construidas con madera o pieles, con piedras o con los materiales al alcance. Aquí incluimos dos ejemplos característicos: los restos de un habitáculo del Paleolítico en Ucrania y una construcción celta en Cashel y Clochan, en las islas escocesas de Arran.

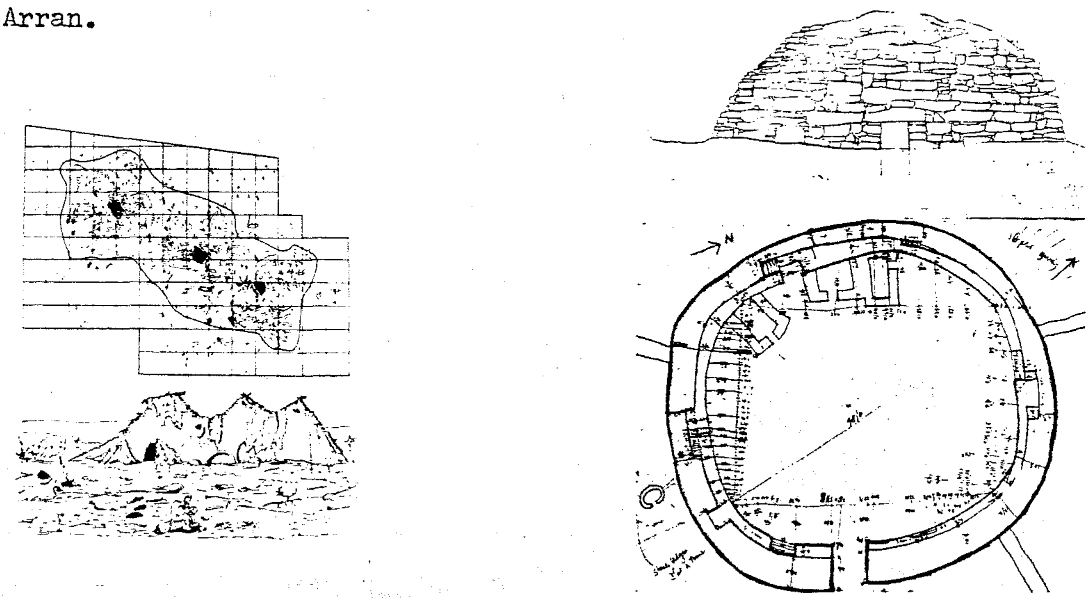


Fig. 2.6.- a) Restos y reconstrucción de un asentamiento paleolítico en Ucrania. b) Construcción celta en las islas de Arran (Escocia).

Una ojeada a estos ejemplos plantea dos cuestiones:

- La primera relacionada con el espesor de la frontera entre el espacio interior y el exterior: como ya se ha discutido en el primer capítulo, ésta puede ser un muro, una barrera o un espacio intermedio, lo cual nos lleva a incluir formas como la de la siguiente ilustración, el castillo de Bundingen en el Sur de Alemania, donde la frontera es una zona de considerable espesor, en el presente tema.

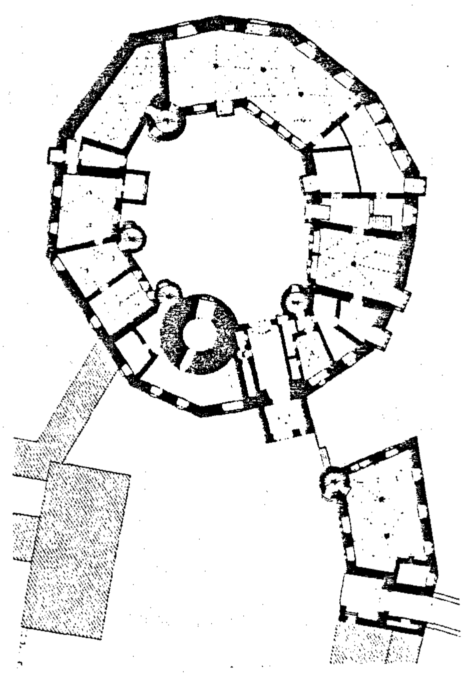


Fig. 2.7.- Castillo de Bundingen

- La segunda cuestión es más trascendente, y se vincula a la necesidad de un acceso. Quizás demos hoy por supuesto que la puerta es el medio natural de proporcionarlo, pero aquí se considera como un recurso ex cesivamente elaborado para las características esenciales de este tema. Al mismo tiempo hemos de tener en cuenta que, de las funciones desarrolladas por la puerta: la de proporcionar la posibilidad de abrir o cerrar - es decir, de variar la topología del objeto espacial considerado -, y la de constituir una ruptura en la frontera que divide el espacio interior y el exterior, es esta última propiedad la que corresponde más coherentemente al presente tema.

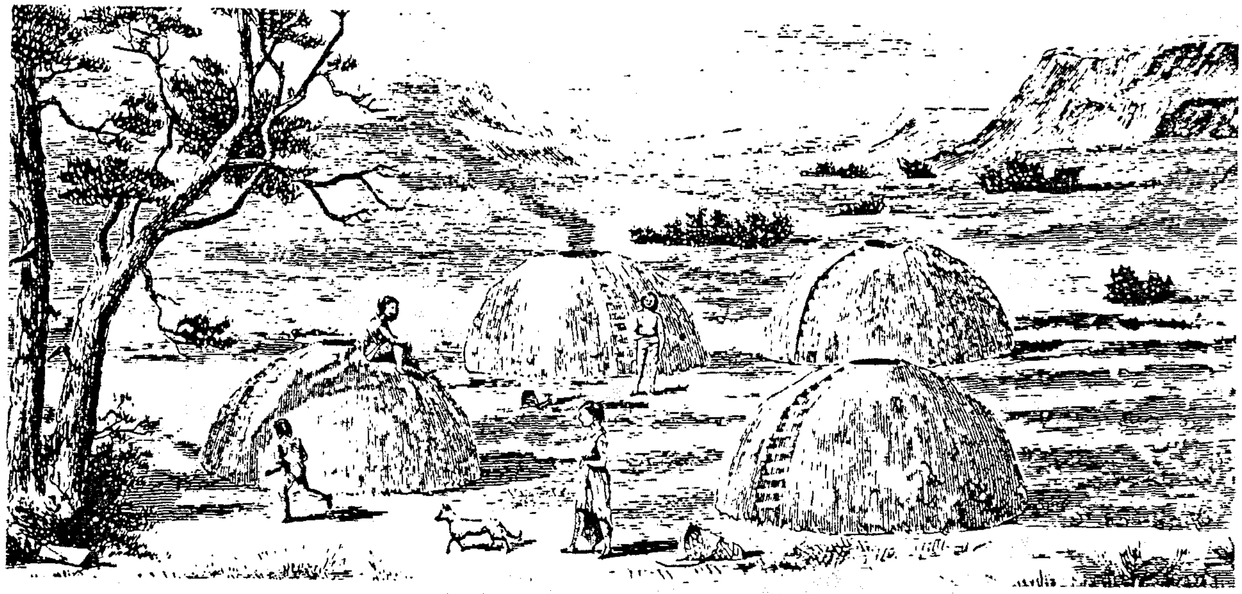


Fig. 2.8.- Cobijos del valle de Sacramento, California.

Además, no siempre existieron puertas. Los indios del valle de Sacramento en California construían unos cobijos de barro de forma cupular donde se incorporaban unos escalones que conducían a la entrada. Y esta peculiaridad se encuentra igualmente en una cultura del Sur de la península de Anatolia que causó cierta sensación entre los arqueólogos; nos referimos a Çatal Hüyük, descrita por G. Mellaart /1964/ como un asentamiento neolítico con características tan urbanas como los poblados de la Edad del Bronce que le sucedieron: sus moradores mezclaban la caza con la agricultura y la ganadería, y su considerable riqueza hace suponer que desarrollaban una forma primitiva de comercio.

El conjunto de este poblado del séptimo milenio antes de Cristo cons ta de espacios abiertos alrededor de los cuales se apiñan las moradas construidas con muros de adobe, razón por la que habían de reconstruirse con cierta frecuencia. No había calles o comunicaciones entre las células, y, a

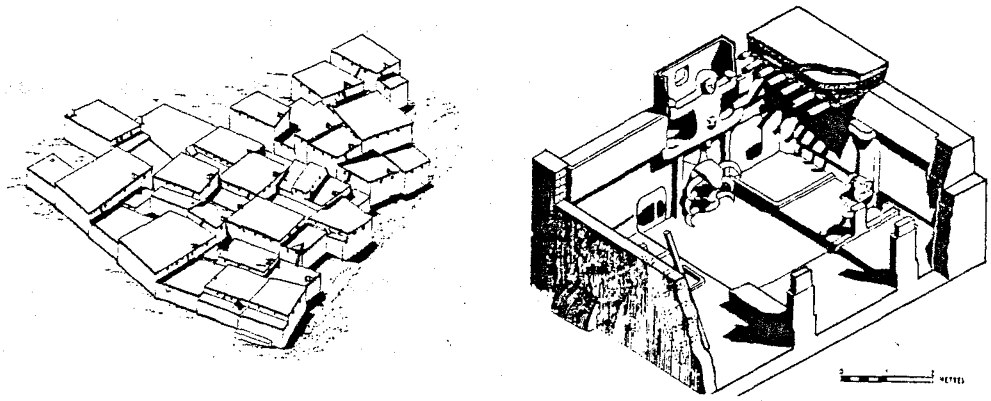


Fig. 2.9.- Reconstruccion de los restos de Çatal Hüyük.

pesar de ello, hay una gran coherencia en la distribución: las casas tenían una plataforma o diván para sentarse, trabajar y dormir, y el hogar se colocaba en el lado Sur, cerca del orificio de entrada en el techo, al que se ascendía por una escalera portable de madera. Tampoco había murallas o defensas; las casas se apiñan de tal manera que el aspecto exterior es el de un conjunto compacto, cuyo muro periférico lo constituyen las mismas moradas.

Mellaart sugiere que existe una gran semejanza entre Çatal Hüyük y los asentamientos de los indios Pueblo en el Sur de los Estados Unidos (27).

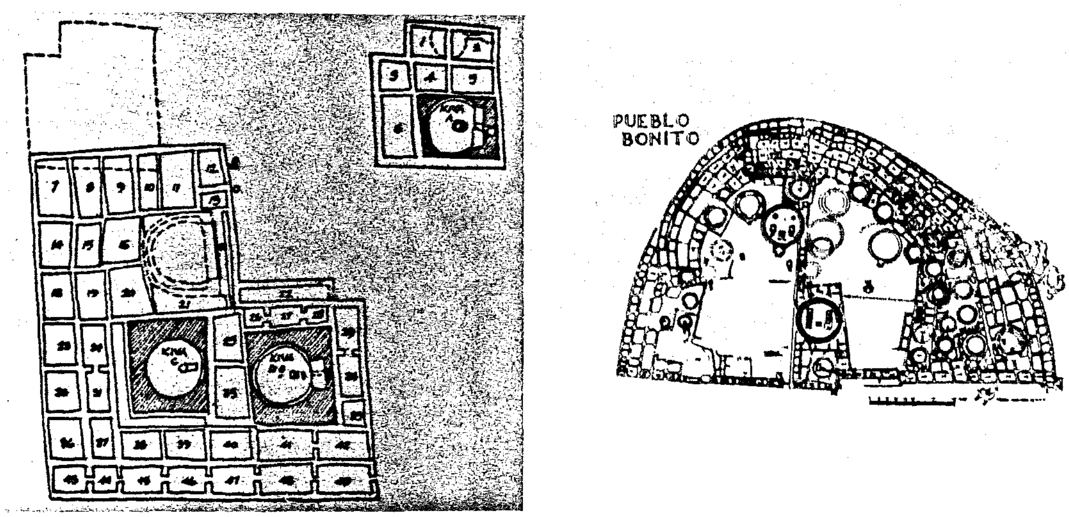


Fig. 2.10.- Asentamientos de los Pueblo: Kiatuthlana, Pueblo Bonito.

Tanto Kiatuthlana como Pueblo Bonito, aquí incluidos, muestran la distribución de células en torno a espacios comunes donde se hallaban las kivas o espacios rituales-sagrados. No existen pasillos o refinamientos conectores similares: las células se van agregando concéntricamente para formar una sucesión de barreras alrededor de los espacios centrales, pero su conjunto presenta un caracter unitario, y, al igual que en Çatal Hüyük se accedía por el techo, ... e incluso hay semejanzas constructivas - los techos se construían con vigas de madera y con barro, aquéllas más inportantes entre los indios americamos por su escasez en un terreno semidesértico -.

En suma, las características de este tema nacen de la dicotomía entre el espacio interior (en ocasiones espacio central o común) y el exterior, entre los que existe una conexión rudimentaria, formada en los casos más avanzados como interrupción de la barrera de espesor variable que los divide, y donde se favorece la concentración respecto al primero. No es una idea espacial anticuada o perdida: la capilla de Nôtre Dame du Haut en Ronchamp, de Le Corbusier, es una reminiscencia de este tema, aún encontramos en ella una gran tensión entre el espacio interior y el exterior, la concentración sobre el primero se crea mediante las zonas seudo-celulares de la periferia, y en el muro el acceso principal las variaciones de espesor se hacen todavía más conspicuas por las perforaciones variables que en él encontramos; claro está que aquí la puerta y la escalera son elementos plenamente desarrollados y que hay una enorme riqueza de espacios de transición, correspondientes a otros temas sintácticos.

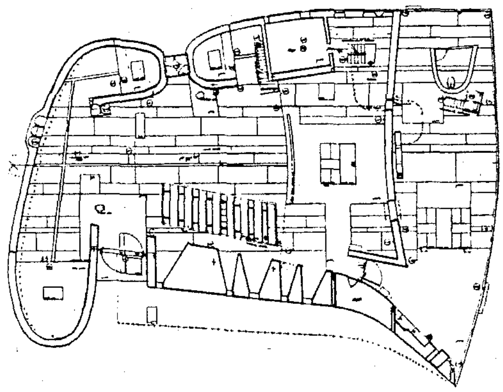


Fig. 2.11.- Le Corbusier: Nôtre Dame du Haut, Ronchamp.

Tema sintáctico 1 (Permeabilidad)

En contraste con el anterior, las cualidades físicas de este tema no se perciben de manera tan inmediata como los allí descritos. La sugerencia de tomar el bosque como modelo arquetípico nos hace considerar que, en primera aproximación, las características de este tema son

- aparente carencia de conexión entre los objetos constituyentes de estos asentamientos; es decir, aparece como rasgo esencial la proximidad entre ellos;
- la permeabilidad del conjunto, por lo que encontramos a menudo una serie de caminos que cruzan las formas de este tema, estableciendo recorridos especiales.

Decimos que la carencia de conexiones entre estos objetos espaciales es "aparente" porque el hecho de que no haya vínculos físicos no significa que no existan relaciones entre ellos; siempre podemos encontrar al menos relaciones visuales o hápticas, como puede comprobarse en las percepciones cambiantes del delicado jardín Zen de gravilla en Ryoanji (Kyoto), donde simples conjuntos de rocas aparecen relacionados en diversos grupos, sugiriendo estados emotivos distintos, a medida que el observador cambia su punto de vista en la plataforma que los rodea.

Fig. 2.12.- Labbézanga.

El ejemplo más inmediato de este tema es Labbézanga, un poblado de los Songhai en una isla del río Niger en Mali. Las casas cuadrangulares denotan una infiltración de elementos foráneos - musulmanes en este caso -, también presentes en otros asentamientos de esta cultura situados cerca de Timbuctu). Puede notarse la tendencia a formar paquetes o "clusters", cuyas relaciones mutuas también corresponden a este tema y que sugieren una transición hacia el tema 3, que en Timbuctu ya se halla en estado avanzado; y, al mismo tiempo, los caminos y espacios públicos se van formando en estado incipiente.

En Hallstatt observamos variaciones morfológicas (unidades cuadrangulares en lugar de cabañas cupulares), aunque no topológicas, y, al observar la siguiente ilustración, un asentamiento de los Madam en Iraq, en los pantanos formados en la confluencia del Tigris y el Eúfrates, apreciamos que las cualidades topológicas de este tema pueden ser creadas en gran parte por condiciones naturales.

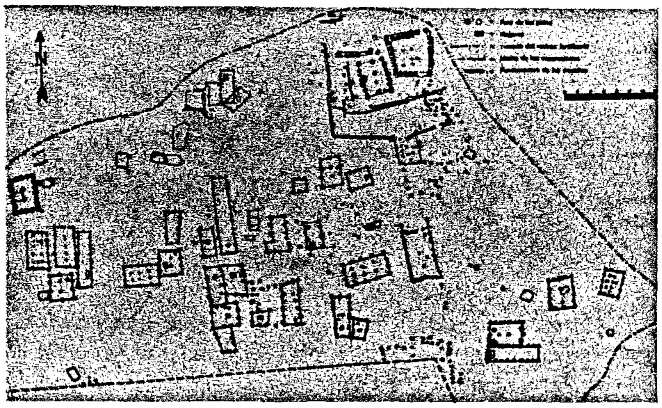


Fig. 2.13.- a) Asentamiento neolítico en Hallstatt. b) Asentamiento de los Madam en Iraq.

A veces encontramos junto a un camino lugarillos con los rasgos arriba mencionados, pero con la característica adicional de que todas las unidades se orientan hacia esa línea de tránsito y, progresivamente, esta orienta ción forma una calle, bien definida en las formas del tema 5. La idea sugerida en estas líneas queda subrayada en Troya II y en el santuario de Atenea Pronaia en Delfos, y a un tiro de piedra de éste, en el recinto sagrado del santuario de Apolo, la red de caminos define el sistema organizativo total:

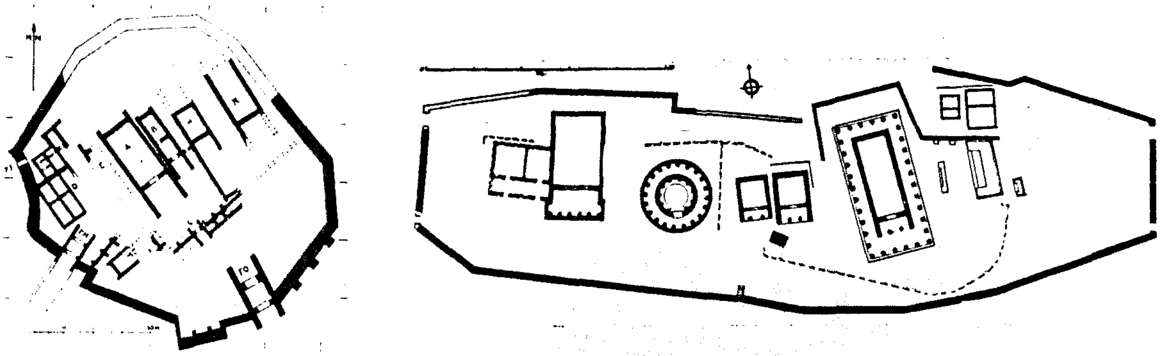
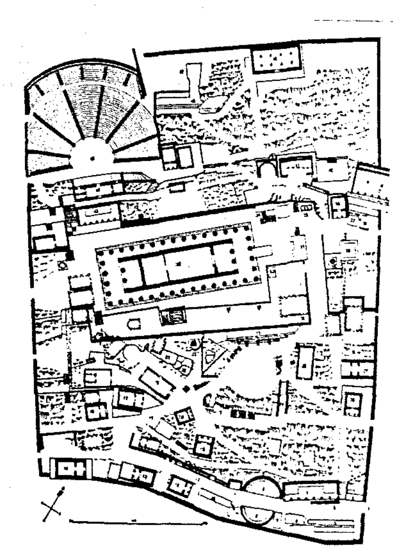


Fig. 2.15.- a) Troya II, según Naumann. b) Santuario de Atenea Pronaia en Delfos.

los diversos templos, teatros, etc. hacen constante referencia a una red densa de rutas interiores hacia las que se orientan las construcciones, y la colocación de estas respecto a aquéllas define la forma global.



PLAN OF THE SANCTUARY TO APOLLO AT DELPHI (CIRCA 150 B.C.)

Fig. 2.15.- Santuario de Apolo en Delfos.

Antes de concluir la serie de ejemplos debemos volver al primer rasgo de este tema apuntado al inicio, la proximidad, con dos ejemplos contemporáneos de culturas primitivas del Camerún (fig. 2.16). Al compararlos resalta el caracter compacto del primero, respecto a la dispersión del segundo, y como ya hemos dicho esta compacidad se desarrollará progresivamente en el tema 3. No obstante, la disposición jerárquica es la misma: la cabaña del jefe en el centro, asi como sus graneros y en ambos casos las cabañas de los subordinados forman la frontera respecto al espacio exterior, lo que nos lleva a referirlos al tema 2; en el presente caso la periferia es una barrera "borrosa", y una vez más hemos de admitir que las cualidades sintáctico-morfológicas de un agrupamiento espacial (ya sea un edificio o un poblado) no dependen tanto de las propiedades de los objetos que lo constituyen cuanto del modo en que estas se combinan.

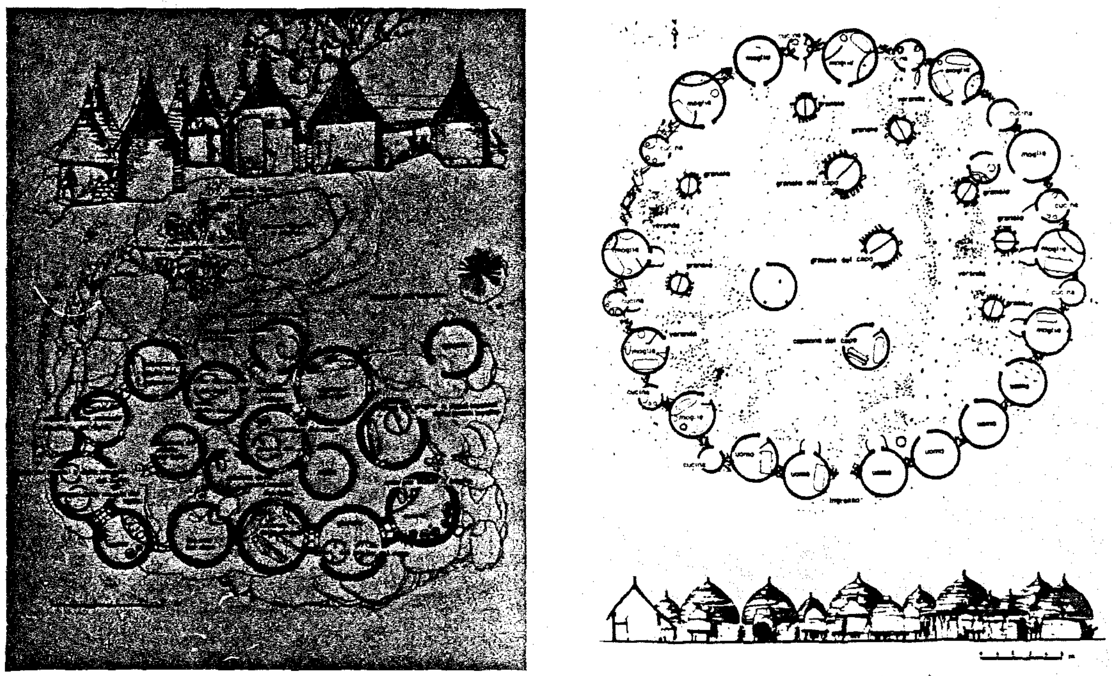


Fig. 2.16.- Poblados primitivos contemporáneos en Camerún.

Si comparamos el segundo ejemplo con los expuestos en el tema 2, habremos de considerar las propiedades de centralidad y territorialidad. Empezaremos por esta:

Kent V. Flannery /1972/ ha incluido estos ejemplos en su estudio comparativo de los asentamientos de Mesoamérica y de Oriente Medio, desarrollado sobre la base del modelo arqueológico del malogrado David L. Clarke /1968/, en el que una cultura se entiende como un <u>sistema</u> que pasa por una sucesión de <u>estados</u>, siendo esta secuencia o <u>trayectoria</u> dependiente de la historia del sistema y de su influencia sobre el environment (físico y cultural) con el que interacciona. Las diferentes trayectorias le hacen pensar a Flannery que las adaptaciones respecto al medio son diferentes en los casos estudiados por él, y que esto sucede en virtud de los diferentes artefactos utilizados por el grupo, los cuales pueden clasificarse mediante la distinción que P. Wagner hace entre utensilios (implements) y depósitos (facilities), caracterizados respectivamente por su capacidad de transmitir o proporcionar energía cinética - hachas, carros, etc. - y por la de almacenar o impedir la transferencia de energía potencial - pozos, canales, graneros, etc. -. Precisamente se observa en la evolución del Paleolítico una tendencia a recurrir a los depósitos a expensas de los utensilios, lo que conlleva una mayor estabilidad en la localización del asentamiento, y de aquí que, a medida que la civilización avanza, varíen los modos de defender el territorio, lo cual se consigue mediante:

> "a) un establecimiento permanente en el área de recursos críticos,
> b) el desarrollo de un gradiente territorial desde el 'centro' hacia la 'periferia' del lugar propio, y
> c) una ideología de descendencia que subraya la conservación de la propiedad del suelo durante varias generaciones, con participación continuada de los antepasados fallecidos en los asuntos del grupo descendiente" (28).

Los poblados del Camerún muestran estas tres peculiaridades de la territorialidad en las sociedades agrícolas. En el primer ejemplo las cabañas y los graneros de los hijos del jefe se hallan cercanos a los de éste, mientras que en el segundo los almacenes del grano se encuentran a mitad de camino entre el dominio central del jefe y la periferia, ocupada por cocinas y cabañas de la comunidad - característica b) -; la colocacion de éstas en el contorno del poblado, sin mecanismos especiales de defensa, como en Çatal Hüyük, indica ademas que hay una cierta estabilidad de ocupación.

La centralidad se remarca sobre todo en el segundo ejemplo, correspondiente a la tribu de los Massa; de hecho, su forma recuerda poderosamente a las utilizadas por C. Levi-Strauss /1958/ en su ensayo sobre las concepciones dualistas, allí se dice que:

"Existe ... una profunda diferencia entre el dualismo diametral y el dualismo concéntrico: el primero es estático, es un dualismo que no puede sobrepasarse a sí mismo; sus transformaciones no generan otra cosa que un dualismo semejante a aquél del cual se ha partido. Pero el dualismo concéntrico es dinámico, lleva en sí un triadismo implícito o, para decirlo con mayor exactitud, todo esfuerzo por pasar de la triada asimétrica a la diada simétrica supone el dualismo concéntrico que es diádico como ésta, pero asimétrico como aquélla" (28').

Las implicaciones de esta afirmación se observarán en los temas sintácticos posteriores, por el momento apreciamos en el segundo ejemplo de la fig. 2.16 que, por una parte, los graneros hacen de línea divisoria entre el dominio del jefe y el de la comunidad - debe señalarse que los almacenes del jefe sirven también a la comunidad y que los de los pobladores se comparten igualmente en epocas de escasez -, entonces, si caracterizamos el poblado mediante este rasgo, lo podríamos representar como dos círculos concéntricos. Pero, por otro lado, el pasillo cubierto - del cual sólo los postes son visibles en la figura - y las cabañas del jefe definen una división del poblado en dos mitades desiguales, y este podría representarse ahora como un círculo con un diámetro que lo dividiese, donde el punto de acceso sería la intersección del diámetro y la circunferencia. Estas dos mitades sugieren una división de la población, pero hay otras divisiones: en efecto, cada adulto tiene su cabaña, las mujeres ocupan una mitad y los hombres otra, pero éstos se colocan cerca de la entrada, perpendicularmente al diámetro antes mencionado y no según las dos mitades ya descritas. Ambos rasgos, la disposición concéntrica y diametral, aquí compatibles, sería dificil conjuntarlos si el asentamiento fuera más compacto, y esto nos lleva a concluir que la permeabilidad es, al menos en este caso, sinónimo de flexibilidad y que desde este tema se puede derivar a casi todos los demás.

En síntesis, en los ejemplos de este tema hallamos que:

- los objetos espaciales que constituyen una morfología se hallan próximos entre sí para formar un entorno o vecindad, cuya totalidad predomina sobre los elementos individuales,

- el sujeto puede moverse por doquier, es decir, las morfologías son permeables, y

- las características locales del conjunto han de juzgarse según criterios de territorialidad y centralidad.

Tema sintáctico 4 (inclusión reiterada)

Aquí nos encontramos con la tercera de las nociones topológicas básicas: el límite. R. Venturi ha descrito magistralmente las cualidades que incluimos en este grupo: a la manera de las muñecas rusas - cada una de ellas encajada en otra mayor - o, como se ilustrase en las puertas multienmarcadas de Karnak, hallamos un objeto reiteradamente incluido en otro mayor. Lo peculiar es que al proceder así hemos de llegar a un objeto que no incluya a ningún otro, por inclusión sucesiva, o a un objeto que incluya a todos los demás, por exclusión reiterada; en los espacios que hallamos entre estos dos extremos podremos establecer dos series convergentes - ca

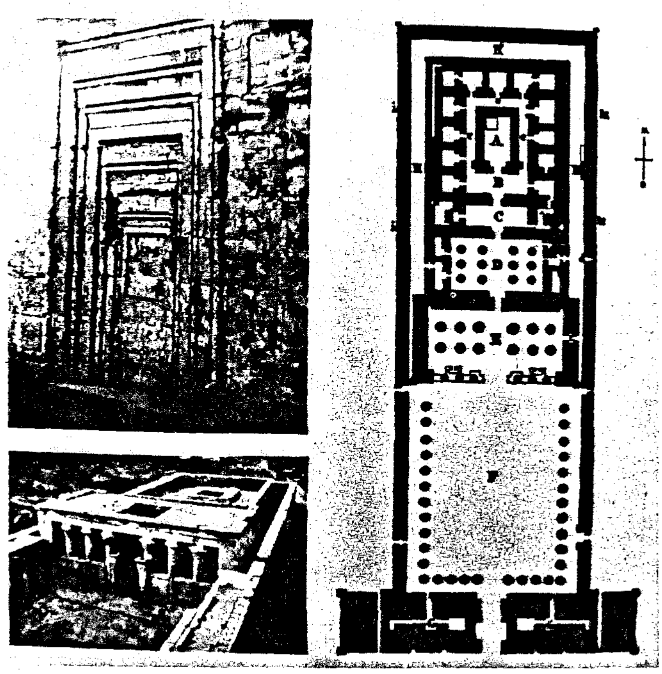


Fig. 2.17.- Puertas multi-enmarcadas y sucesión de espacios en Karnak

racterizadas por proceder hacia dentro y hacia fuera -,cuyo límite es el espacio intermedio en cuestión, y por ello se confunden a veces las nociones de límite y de frontera, cuando el espacio-límite no es una dependencia intermedia, sino uno de los extremos de las series convergentes.

El proceso de evolución de este tema es pródigo en ejemplos: una buena parte de las edificaciones funerarias megalíticas corresponden a esta categoría, lo encontramos desde Micenas a New Grange en Irlanda, pasando por Malta, Cerdeña y el Sur de la Península Ibérica, y en ellas los rasgos más

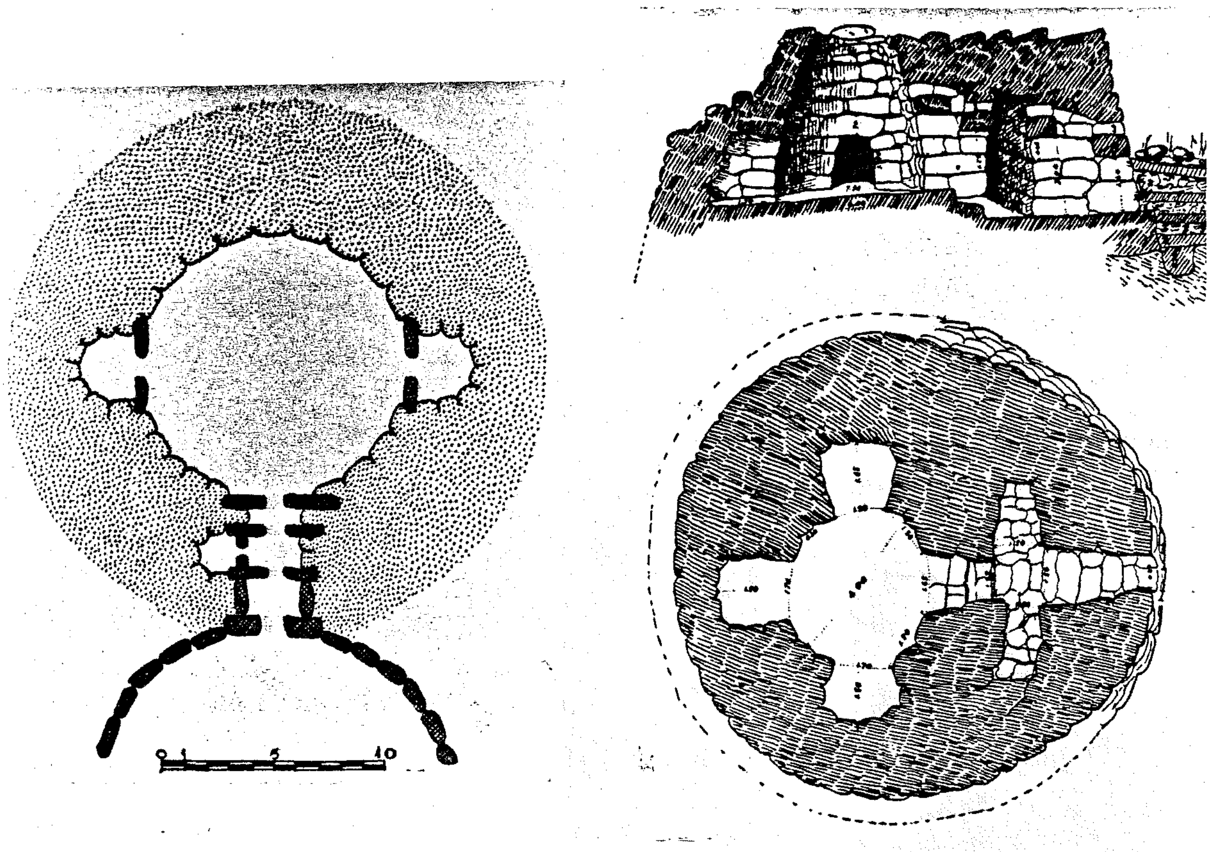


Fig. 2.18.- a) Sepulcro de los Millares. b) Nuraga de Cerdeña.

notables son el énfasis en el espacio más interior y en el elemento que define el tránsito al espacio exterior: la puerta (vease la fig. 2.18).

La representación grafo-teórica pone en evidencia la regularidad de las operaciones: al comparar dos objetos consecutivos en una serie inclusiva uno encuentra que, ya se proceda hacia el interior o hacia el exterior, el rasgo sintáctico es el mismo (exceptuando, claro está, su carácter inclusivo o exclusivo) y en ambos casos éste es semejante a los descritos en el tema 1. Es preciso indicar entonces que este carácter inclusivo / exclusivo nace de la direccionalidad de la serie y por ello, apenas se adopta un criterio de economía constructiva, las sucesivas inclusiones se reducen a un corredor central que une varias cámaras: compárense los templos de Ggigantija en Malta y el Templo Orthostats en Hazor (Palestina), y la única diferencia observable en ellos es la acentuación de las esquinas - este último lo sacaremos a colación mas tarde, puesto que sus rasgos espaciales, junto con otros comentados bajo el tema 5, forman una serie evolutiva que desembocaría en el templo de Salomón en Jerusalén -.

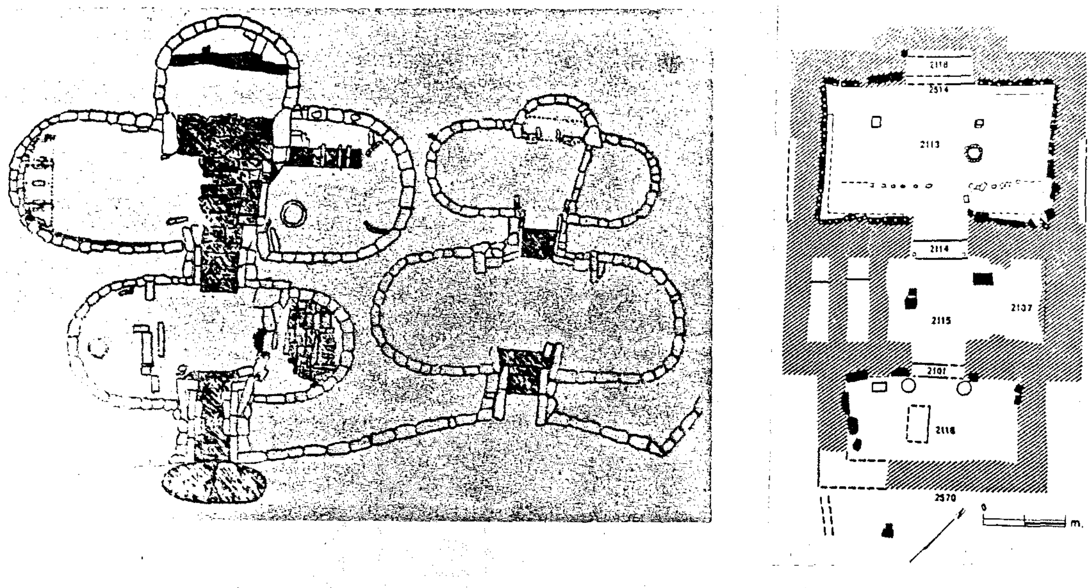
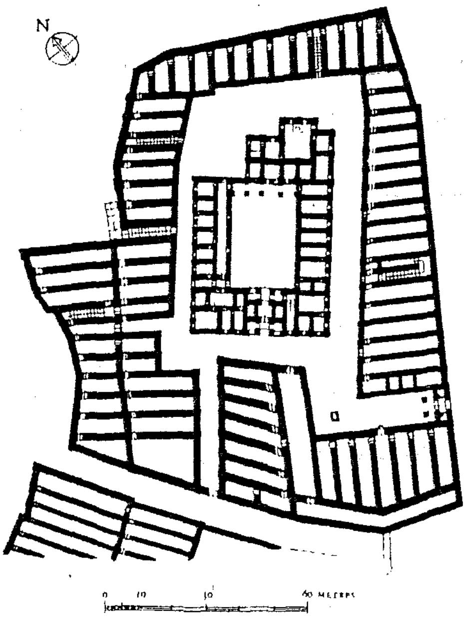


Fig. 2.19.- a) Templos de Ggigantija en Malta. b) Templo Orthostats en Hazor (Palestina).

Por otra parte, cuando esta economía de medios no se adopta y la inclusión no sólo es "direccional", sino también física - un objeto se incluye materialmente en otro -, uno se ve forzado a precisar las cualidades topológicas de los sucesivos objetos de la serie considerando si las barreras consecutivas se definen mediante un cerramiento continuo o permeable (v.g.

una serie de columnas o una sala hipóstila). Así, en el Templo I de Hattusha



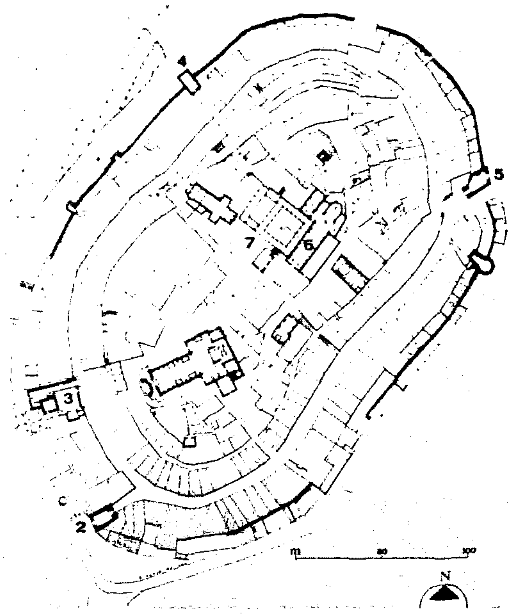
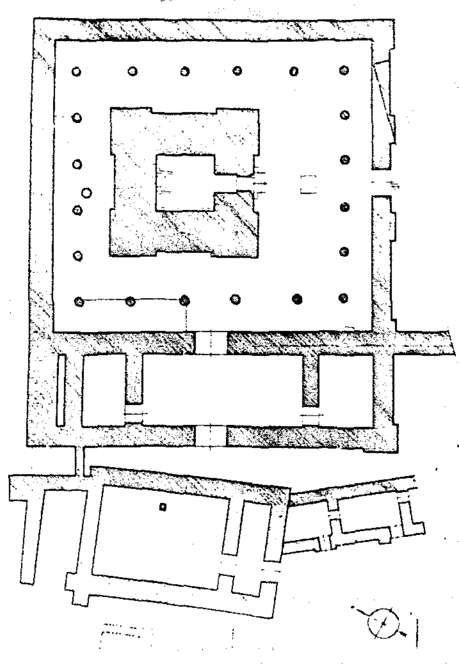
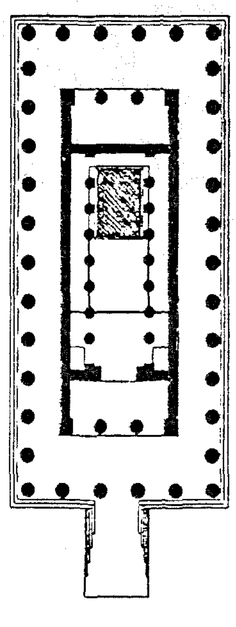


Fig. 2.20.- a) Hattusha. b) Lucignano en Val di Chiana.

(c. 1275-1250 a.C.) y Lucignano en Val di Chiana predomina el carácter de masa en los sucesivos enclaustramientos, pero no es así en el Templo de Altintepe, construido por los Medas en la planicie de Urartu hacia 714-685 a.C., e igualmente en los templos dóricos o en la Capilla Palatina de Aquisgrán,





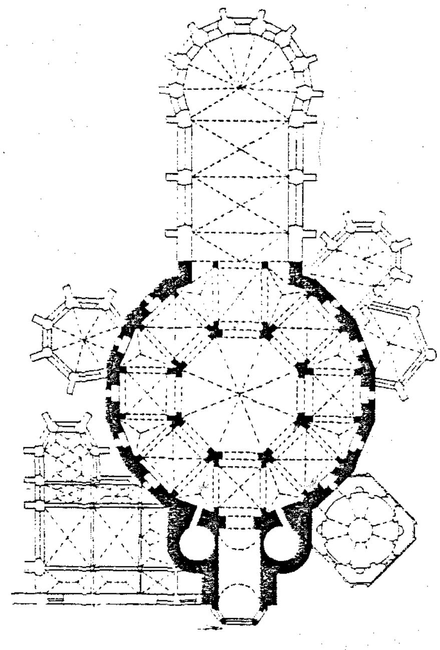


Fig. 2.21.- a) Templo de Altintepe. b) Templo de Zeus en Olimpia. c) Capilla Palatina de Aquisgrán.

donde las inclusiones se definen mediante elementos sólidos y permeables, para cuyo desarrollo evolutivo referimos a "Arquitectura, fenómeno de transicion" de S. Giedion /1971/.

Ahora bien, hasta aquí sólo hemos utilizado plantas o representaciones planas de obras arquitectónicas o establecimientos humanos. Esta actitud ha sido severamente criticada por Sir Edmund Leach a propósito de las descripciones sintácticas de B. Hillier et al. , pero ello no quiere decir que las operaciones sintácticas no puedan aplicarse a objetos considerados tridimensionalmente, nuestra modesta opinión es que las cualidades de cada uno de los temas expuestos afectan a la totalidad del ejemplo estudiado y si se recurre a plantas es por razones de simplicidad expositiva, dado que la mejor manera de describir los restos arqueológicos es mediante plantas.

Dentro del tema que nos ocupa, las pirámides escalonadas o las pago-

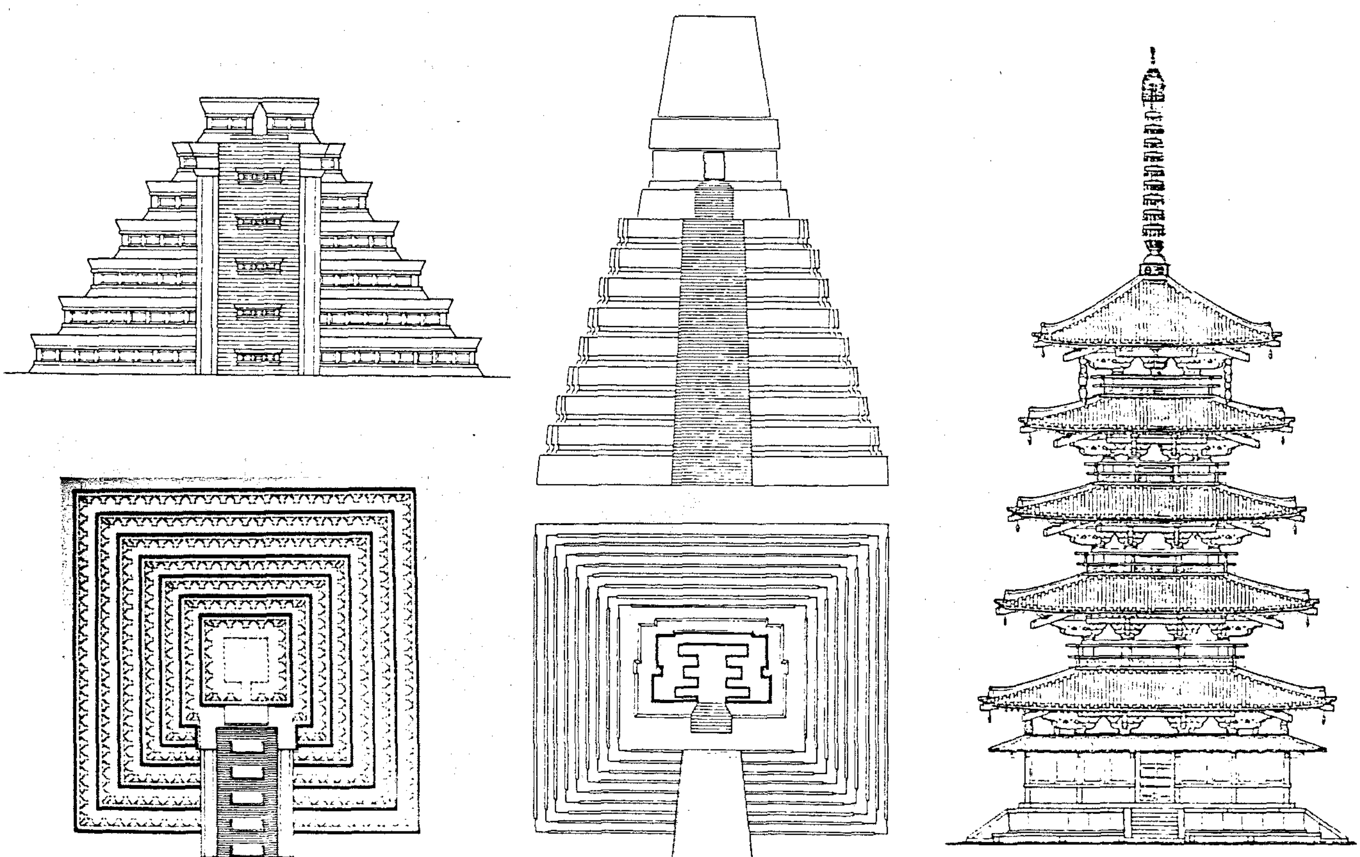


Fig. 2.22.- a) Pirámide azteca de los Nichos en Tajin. b) Templo maya I de Tikal. c) Pagoda de Hōryū-ji.

das orientales ilustran lo antes comentado basándonos en plantas; cada uno de los niveles de estas obras está incluido en el anterior en el sentido de que ninguno de ellos puede ser accedido hasta que los precedentes hayan sido atravesados y, además, la obra total se fragmenta para accentuar este hecho, como puede observarse en los ejemplos de la fig. 2.22: la pirámide de los Nichos en el complejo de Tajin, en el golfo de Méjico; el templo I de Tikal, donde pueden apreciarse las mismas operaciones sintácticas en el objeto global y en la planta del templete que lo corona; y la pagoda de Hōryū-ji, construida en Japón según las técnicas de la arquitectura china de la época Tang.

Pero, al mismo tiempo, la tridimensionalidad nos lleva a considerar que una de las cualidades arquitectónicas, la masa, se puede definir positiva o negativamente; así, encontramos en la India una multitud de "pozos" para abluciones y uso agrícola, de los que hemos escogido el Sabali Kund-Way de Gujarat, que es justamente el vaciado de una pirámide escalonada y cuyas cualidades sintácticas son las mismas, ya se considere en planta, sección o globalmente

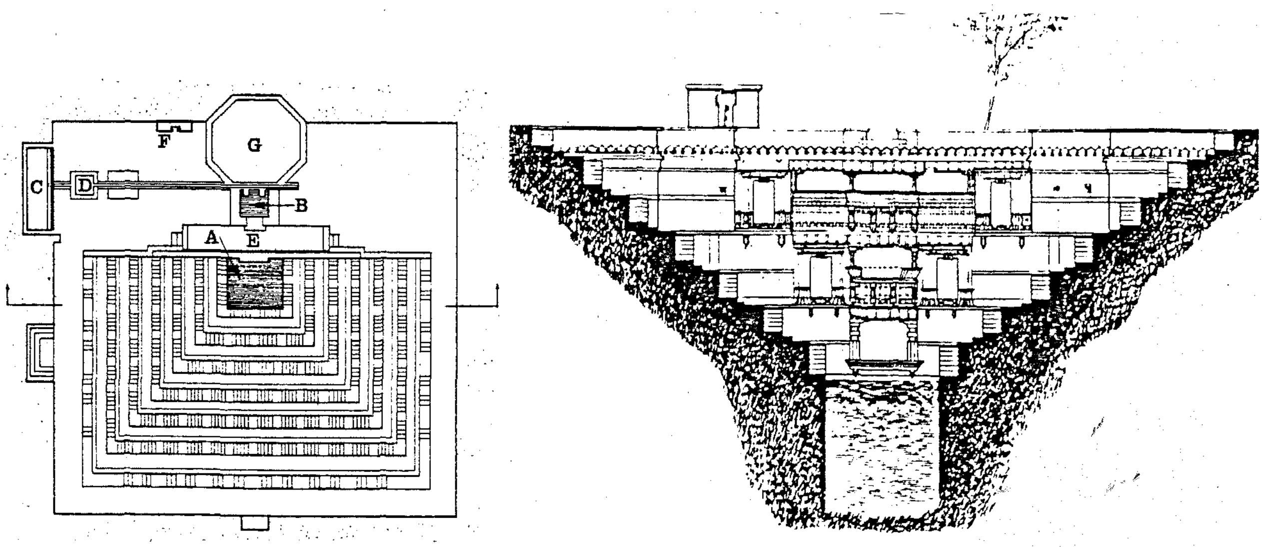


Fig. 2.23.- El Sabali Kund-Way de Gujarat.

Concluimos esta serie con un ejemplo relativamente reciente, el primer proyecto para el Goethenaeum de Rudolf Steiner, que puede incluirse en la tradición espacial del Rococó del Sur de Alemania, donde los ejemplos de este tema sintáctico son frecuentes; en concreto, comparte múltiples rasgos con la iglesia abadial de Ettal, que Joseph Schmuzer reelaboró sobre la base de una capilla gótica allí existente.

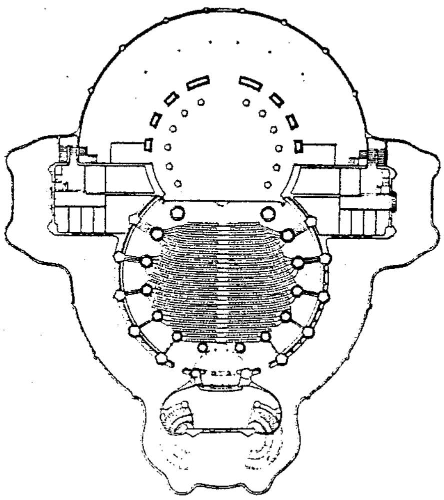


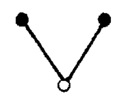
Fig. 2.24.- Goethenaeum (Rudolf Steiner).

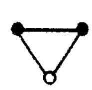
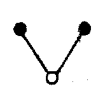
En suma, este tema puede caracterizarse por:

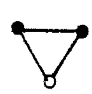
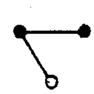
- la regularidad o la reiteración de operaciones inclusivas, ya sea en planta, sección o en tres dimensiones; e independientemente de cual sea la naturaleza de los objetos utilizados (permeables o no) para delimitar las sucesivas jerarquías.

- la existencia de un límite, que comporta dos sentidos de lectura (centrípeta o centrífugamente), y el carácter conspicuo de la direccionalidad así implicada, así como un énfasis explícito en los elementos final e inicial de la serie de inclusiones (la cella y la delimitación exterior o la puerta).

Habíamos abandonado el desarrollo de las configuraciones gráficas en p=2 y p=3, con q=2, sin haber agotado las conexiones que pueden establecerse entre tres puntos: al añadir una conexión más - q=3 - encontramos un objeto que consta no sólo de las accesibilidades precisas para llegar a todas las dependencias , sino que posee además conexiones adicionales cuya existencia posibilita el uso de rutas alternativas. El objeto en cuestión

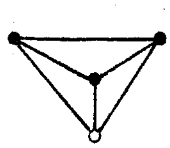
muestra como subgrafos lineales todos los recorridos o subgrafos dirigidos de las formaciones anteriores, ofreciendo además una serie de recorridos cíclicos y, en lo que respecta a sus cualidades gráficas y matriciales, puede obtenerse a partir de las operaciones  y  correspondientes a la sintaxis 2 y 1, respectivamente; pero la estrecha relación, ya descrita, entre éstas y la sintaxis 4 () hace inevitable que la nueva configuración pueda generarse igualmente a partir de esta última. La matriz representativa, reconocible porque está formada por unos excepto en la diagonal principal, ilustra de manera bien clara todos estos hechos:

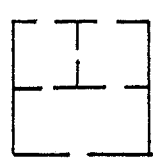
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$;  =  +  (T.S. 1,2)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 \\ & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 \\ & & 0 \end{pmatrix}$$;  =  +  (T.S. 4,2)

De sus recurrencias sólo hay una que produce grafos planos, y que consideraremos para formar la sintaxis 6:

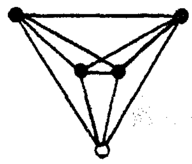
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix}$$



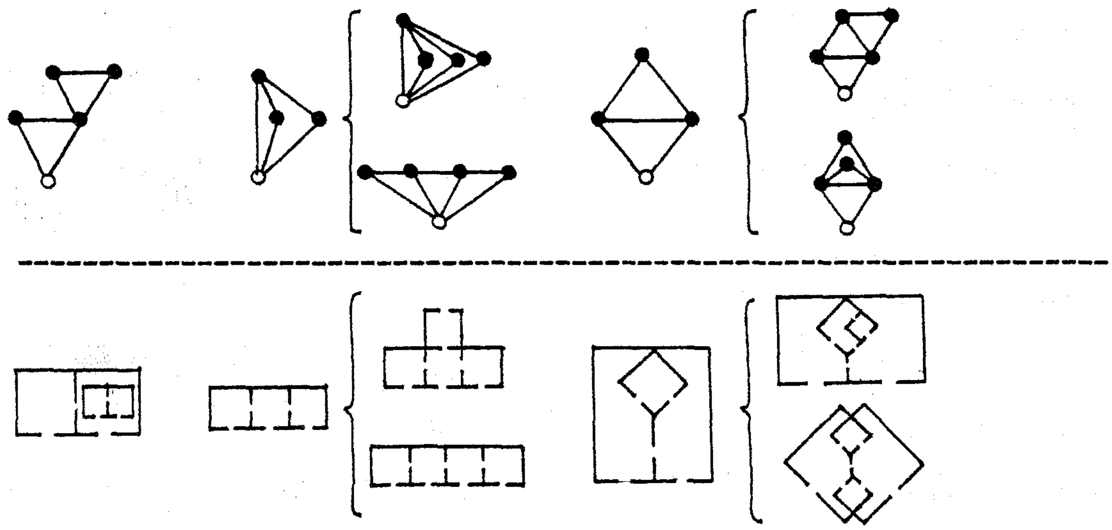


Pero la siguiente ya no es plana:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$



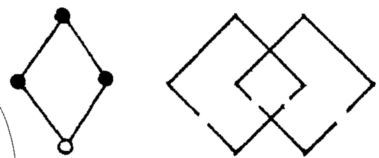
Como puede observarse, en ambas recurrencias la operación recurrente se aplica al mismo tiempo a toda la configuración y a cada uno de sus elementos, pero si sólo afecta a uno de éstos, es decir, si uno de los vértices se utiliza para formar el nuevo objeto, o si una de las conexiones forma parte del objeto de partida y de los recursivos, tendremos entonces configuraciones como las siguientes:



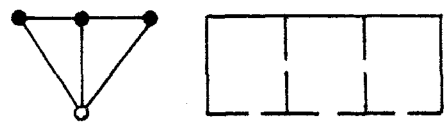
Al mismo tiempo, la existencia en p=3, q=3 de más conexiones de las mínimamente necesarias para asegurar el acceso a todas las dependencias interiores permite elaborar dos configuraciones cuyos grafos son borrosos,

y que pueden interpretarse, respectivamente: como una variante de la sintaxis 4 en la cual la dependencia incluida (b) ha crecido hasta que sus paredes coinciden con las de la dependencia que la incluye (a); y como un objeto resultante de la unión de otros dos correspondientes a la sintaxis 2, desde el que se puede derivar fácilmente hacia la sintaxis 3. Esta afirmacion, en principio infundada, se justifica plenamente al comparar los subgrafos lineales de recorridos.

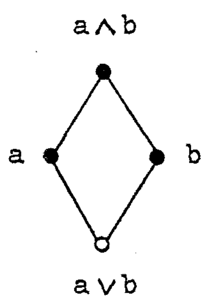
Pasando ahora a las configuraciones correspondientes a cuatro puntos, encontramos entre una multitud de recurrencias de las operaciones ya expuestas algunas novedades, en especial:



y



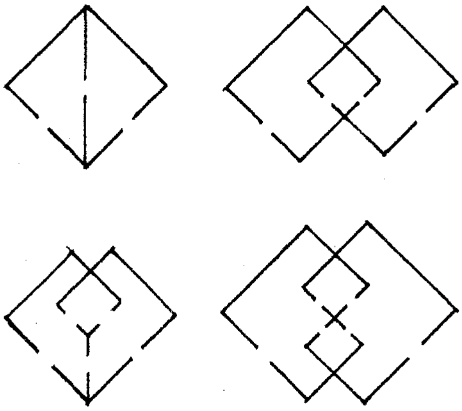
La estructura de la primera es bien conocida de quienes estén familiarizados con las nociones básicas de la teoría de los semigrupos: constituye un retículo, cuyos cuatro vértices pueden considerarse como dos elementos de partida, su unión y su intersección.



En la figura utilizada sobre estas líneas se ha asignado al espacio exterior la función de unión de otros dos que a su vez se intersecan, pero es precisamente su intersección lo que los separa y, por tanto, los define como distintos. El uso de estas nociones en arquitectura - o sus equivalentes lógicos, la disyunción y la conjunción - no es nuevo: R. Venturi hace referencia continua en su "Complexity and Contradiction in Architecture" a "lo uno y lo otro", a "lo uno o lo otro", y a los conectores "ambos" (both ... and) y la disyunción (either ... or); de manera similar, K. Lewin ilustra la interacción de dos "espacios existenciales" en sus "Principles" con una figura análoga a la aquí utilizada.

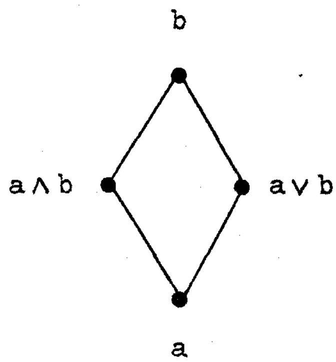
Pero se puede ir mas allá de la legitimidad ya lograda por estos autores , y para ello se necesitan dos precisiones:

- En primer lugar, se observa que hasta aquí hemos usado para separar dos espacios un muro u otro espacio; igualmente podríamos utilizar su suma



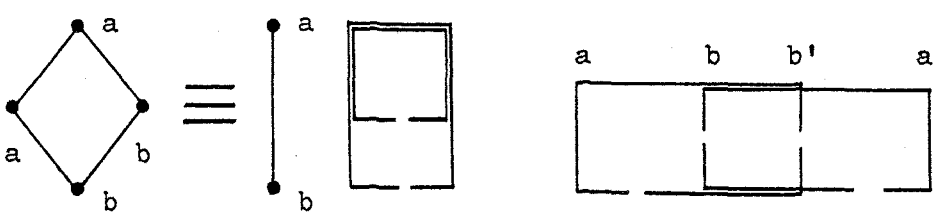
o varias dependencias como elemento separador, hecho que nos permite incluir dentro de algunos temas sintácticos ciertas recurrencias "lógicas" que resultarían difícilmente clasificables si no se aceptase esta simple realidad.

- Por otra parte, se aprecia que el retículo es perfectamente reversible: se pueden intercambiar las posiciones de la unión y la intersección, o tomar estas como elementos de partida para formar un nuevo retículo adjuntado a la izquierda. Como apuntase Philippe Boudon /1976/, "la importancia de esta dimensión intima, con las inversiones del dentro y del fuera que ella implica, es fundamental en arquitectura", no sólo nos conduce a plantearnos cuales son los objetos que se



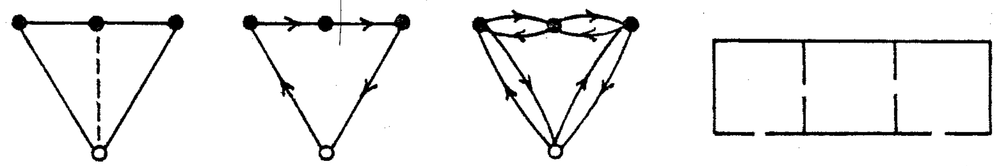
toman prioritariamente en una concepción sintáctica, sino además, en un sentido que excede de los límites de este trabajo, nos lleva a considerar cuales son las concepciones dominantes del uso del espacio en una cultura determinada, sugerencia ya planteada por A. Rapoport /1969/ en un análisis comparativo de la respuesta al medio-ambiente en las culturas Pueblo y Hogan (27) .

Aparte de esta reversibilidad, si el espacio a está contenido en el b,



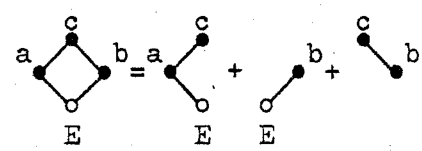
la estructura resultante será un nuevo retículo, identificable con uno de los objetos del tema 4, del cual derivan las nuevas configuraciones.

La segunda figura, mencionada al principio junto al retículo, no parece tener nada en común con la anterior, pero si tomamos una de sus varian tes:



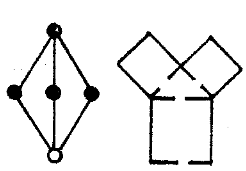
encontramos que ambas poseen el mismo subgrafo de recorridos, y que algunas cualidades de las conexiones son comunes a ambas figuras. Todos estos objetos corresponden al tema sintáctico 5, y se obtienen utilizando simultáneamente las operaciones 1 y 4, como se expresa en la representación matricial:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & & 0 & 1 \\ & & & 0 \end{pmatrix};$$

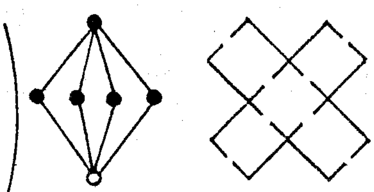


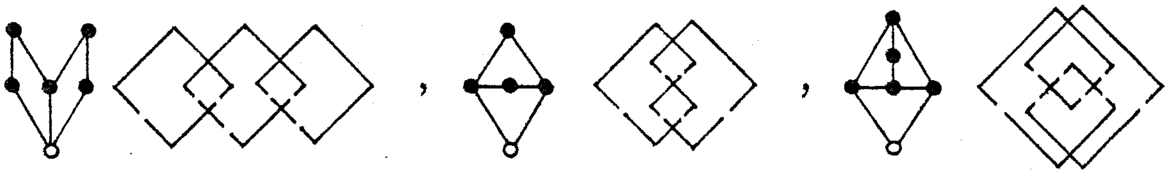
Las cualidades sintácticas de esta colección son rápidamente reconocibles por la existencia de un elemento separador que se halla <u>entre</u> los demás; y la matriz característica de su arquetipo morfológico lo es por su simetría respecto a la diagonal secundaria y las series de unos en la primera fila y en la última columna. Reiterando la operación encontramos

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

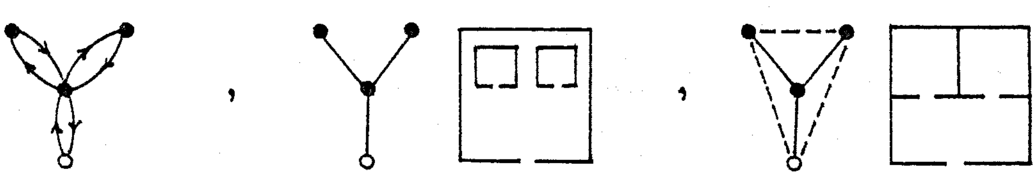


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & 0 & 1 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$



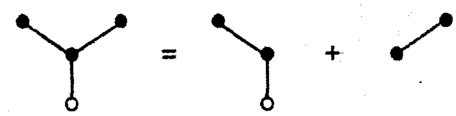


Pasaremos ahora a considerar la siguiente operación, el tema 6, al que nos introduciremos mediante las figuras que siguen,

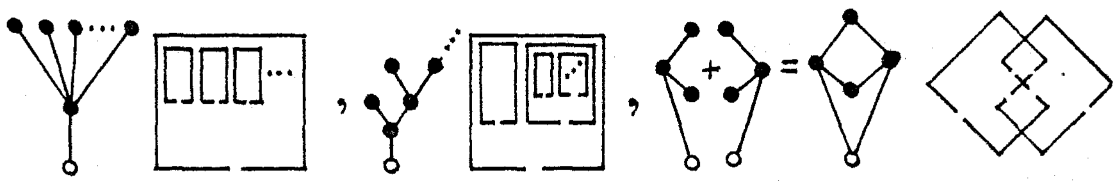


todas las cuales comparten el grafo de recorridos que las encabeza, y a las que se llega partiendo de los temas 2 y 4:

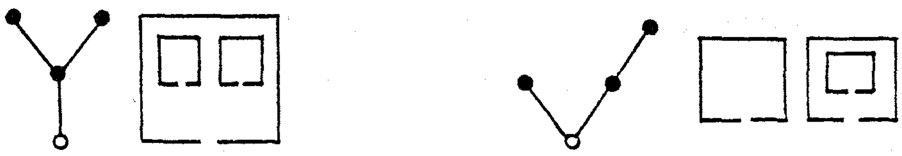
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 \\ & & 0 & 0 \\ & & & 0 \end{pmatrix} ;$$



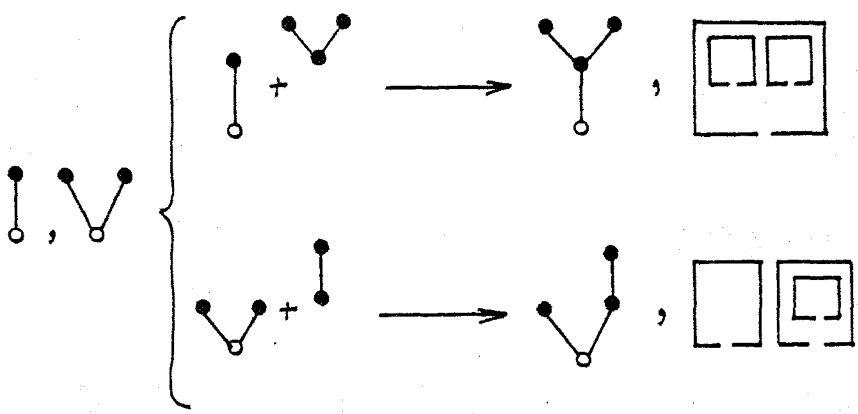
La recurrencia de esta operación nos lleva a



que nos sugieren, junto con las anteriores, cierta variedad en los diferentes modos de recurrencia, hasta ahora no especificados. En concreto, acudiendo a las primeras configuraciones para cuatro puntos (4.0), encontraremos dos grafos



que aportan sugerencias interesantes al compararse con los procesos seguidos en configuraciones similares. En ambos casos las operaciones de partida corresponden a una bifurcación que produce elementos próximos (tema 1) y a una clausura (tema sintáctico 2), pero el orden en que se aplican es distinto, según aparece en el siguiente gráfico:



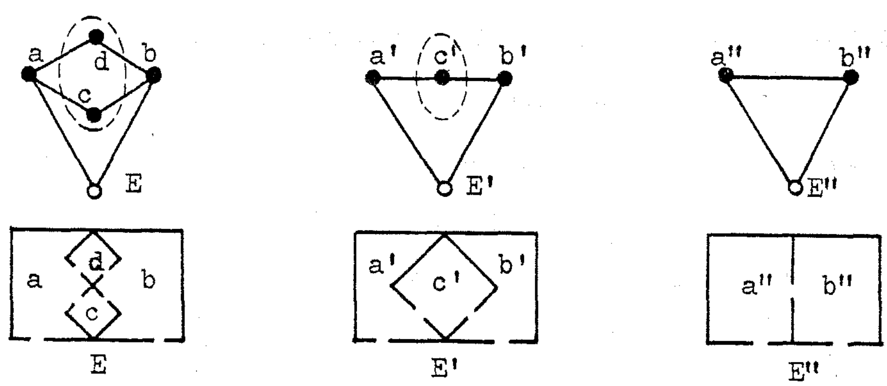
del que pueden obtenerse dos conclusiones, a saber, que la recurrencia de operaciones sintácticas no es conmutativa, y que el orden establecido por és tas ejerce dos tipos de control sobre la totalidad de la configuración, radicalmente distintos en sus cualidades:

- en la primera operación del gráfico la inclusión de dos dependencias en otra dada afecta a todo el objeto,

- en la segunda, por el contrario, sólo se afecta una parte del objeto inicial.

En breve, cada una de las configuraciones puede analizarse desde su totalidad o desde las partes que la constituyen: como resultado de las operaciones sintácticas se establece un tipo característico de orden que solidifica relaciones con una complejidad específica, que actúa desde el nivel global al local o viceversa, y que todo arquitecto se encuentra en su práctica proyectual, en la disyuntiva de operar "desde dentro hacia fuera" o "desde fuera hacia dentro".

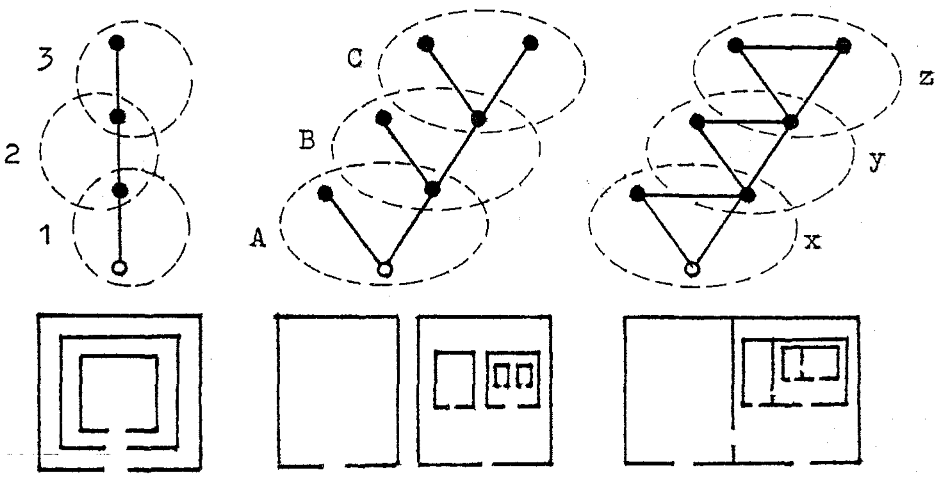
Otras recurrencias desarrollan semejanzas o disparidades no por sus características físicas, sino por las cualidades lógicas que les subyacen; así pueden compararse:



En todos estos casos existe un elemento separador que es, respectivamente, el conjunto de las dos dependencias c y d, el espacio c' y un muro permeable en el último caso. Los tres pueden asimilarse a una sola entidad considerando sencillamente que tales elementos forman un componente conexo (o una conexión, en el ultimo ejemplo) situado entre los espacios a (a' o a") y b (b' o b").

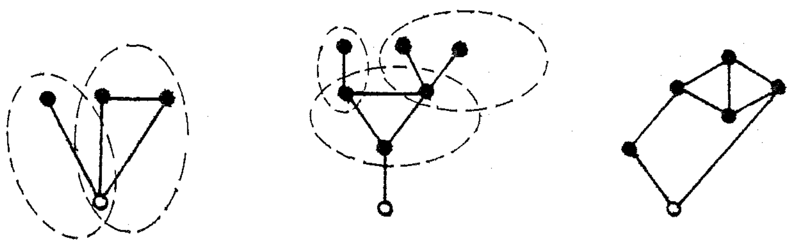
El mismo argumento puede llevarse un paso más adelante para incluir las diversas recurrencias en tres grandes bloques: iterativas, combinatorias y típicas.

i) Las recurrencias iterativas aplican una sola y la misma operación sistemáticamente, como en



y se reconocen por su regularidad (y aquí se puede tomar este término en el sentido de R. Thom /1974/): aislando los bloques o componentes conexos de estas configuraciones, y considerando entonces las relaciones entre ellos, todas pueden reducirse a un estado semejante al del primer grafo de la figura expuesta sobre estas líneas.

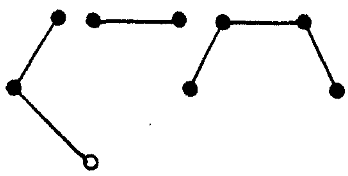
ii) En las recurrencias combinatorias, en cambio, intervienen varias



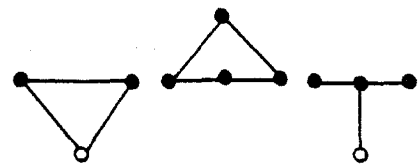
operaciones y, si recurrimos a sus componentes conexos, nos encontramos con que no son reducibles a un solo tipo de operación.

iii) Por último, entendemos por recurrencias típicas aquellos resultados que ofrecen cualidades no aparentes en las operaciones inicialmente utilizadas en la recurrencia. Por ejemplo, en las siguientes formaciones

se asimilan y combinan las propiedades de



y



de un modo específico, novedoso, que, aunque implícito en las cualidades de las agrupaciones conectivas iniciales, se expresa creativamente en las nuevas configuraciones, las cuales pueden interpretarse - por así decirlo - como "mutaciones" de las de partida. En el primer ejemplo de los que encabezan esta página se da lugar a una ambigüedad entre el espacio separador y el muro intermedio, si su función es la de desconectar los espacios extremos una de las separaciones es redundante, pero, a su vez, subraya esta desconexión; en el segundo ejemplo, la ambigüedad nace de que no se sabe si la misión de los espacios intersectivos es la de separar o la de indicar varios grados de interioridad.

Estos hechos, unidos a la distinción entre características físicas y lógicas apuntada más arriba nos lleva a afirmar que no todos los objetos espaciales podrán considerarse como el resultado de la aplicación recursiva de un manojo de operaciones sintácticas arquetípicas; algunas arquitecturas son esquivas cuando se desea someterlas a una clasificación y, sobre todo cuando ésta adquiere la forma de una estructura lógica, debe tenerse conciencia de los límites de su capacidad sintética. En ocasiones es preciso aceptar la semejanza entre configuraciones aunque puedan interpretarse como resultado de operaciones claramente distintas, y por esta razón preferimos hablar de temas sintácticos, cuyas características pueden visualizarse mediante la comparación de objetos en series evolutivas. No afirmamos entonces que las cualidades espaciales de una configuración derivan estrictamente de la combinación de cualidades presentes en otras, sino más bien que la complejidad de la primera sólo es factible y comprensible mediante el desarrollo y asimilación de la complejidad de estas últimas.

Como hemos podido ver, los tres primeros temas correspondían a las nociones básicas de clausura, vecindad y límite, y al seguir el desarrollo de las configuraciones gráficas hemos podido observar composiciones binarias de los grafos característicos de estos tres temas para formar los temas 3, 6 y 5, correspondientes a las nociones de antesala o espacio de transición, espacio distribuidor y espacio intermedio, que habremos de seguir inmediatamente con ejemplos reales.

Tema sintáctico 3

Es una síntesis de los rasgos de permeabilidad e inclusión, relacionándose por tanto con los temas 1 y 2. Una obra sencilla con estos rasgos es el templo etrusco de Orvieto, donde la elevación sobre el suelo es un gesto incipiente del aislamiento respecto a la periferia; en este caso el conector no es una puerta sino una escalinata que conduce a un espacio permeable, desde el cual se puede acceder a las distintas dependencias. Aquí el espacio permeable es interior al objeto físico, al igual que en patios o jardines interiores, pero puede hallarse en el exterior o a mitad de camino entre las dependencias centrales y la periferia, el tema que nos ocupa se acomoda a lo que en Catalunya se denominó "la caseta i l'hortet", cuya descripción literaria se puede remontar a la Utopía de Tomás Moore.Los ejemplos más bellos los encontramos en la delicada combinación de dependencias y jardines conectados entre sí de los palacios extremo-orientales; aquí incluimos el castillo de Nijo en Kyoto, empezado en 1602 por Tokugawa Ieyasu, y el Jardín Ou en Suzhou, al Sur de China, construído en la época Ming; en el lado Este del último - a la derecha del plano - la naturaleza se reproduce a pequeña escala en un microcosmos, con sus montañas, valles, ríos, lagos, puentes, etc., dentro de los que se inscriben pequeños pabellones: la arquitectura no destruye aquí el paisaje, sino que se hermana con él para poten-

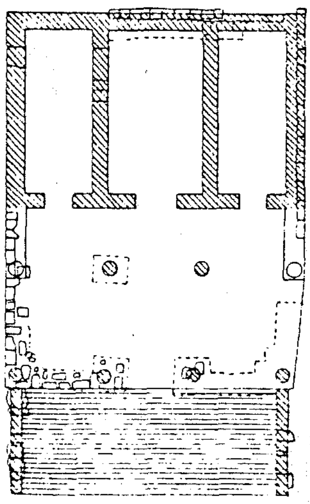


Fig. 2.25.- Templo etrusco de Orvieto.

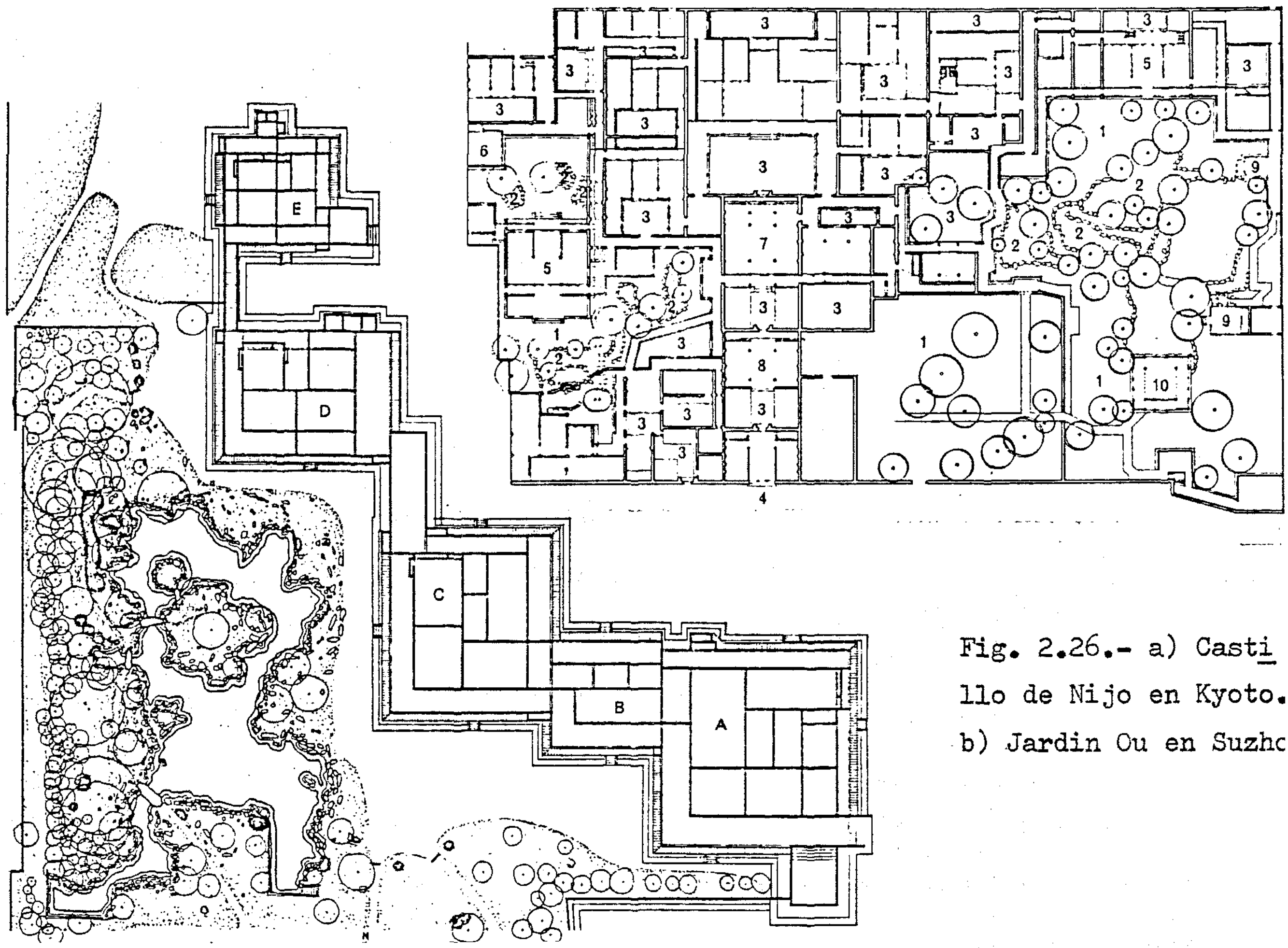


Fig. 2.26.- a) Castillo de Nijo en Kyoto. b) Jardin Ou en Suzhc

ciarse mutuamente, gesto aún vivo en la arquitectura moderna, como probase el arquitecto finlandés R. Pietilä en su proyecto para el centro de estudiantes en Otaniemi /1966/.

Los palacios orientales incluidos muestran la riqueza arquetípica del tema, pero si deseamos conocer todas sus cualidades habremos de esbozar una serie evolutiva comparando varios asentamientos. En Hacilar, poblado cercano a Çatal Hüyük, aunque mas tardío y no tan sofisticado, las unidades se aglomeran como en aquél, dejando espacios libres entre ellas, donde se desarrolla parte de la vida, de modo que el asentamiento no es tan compacto, y la puerta ya está plenamente desarrollada. Y en los poblados de la cultura neolítica de Jeitun, más al Sur, a medida que aumenta la densidad de la agrupación, se van formando en su interior espacios semipúblicos y pasajes que premonizan la formación de la calle, pero ésta aún no se halla perfectamente definida. Sin embargo, el desarrollo del espacio interior puede seguirse

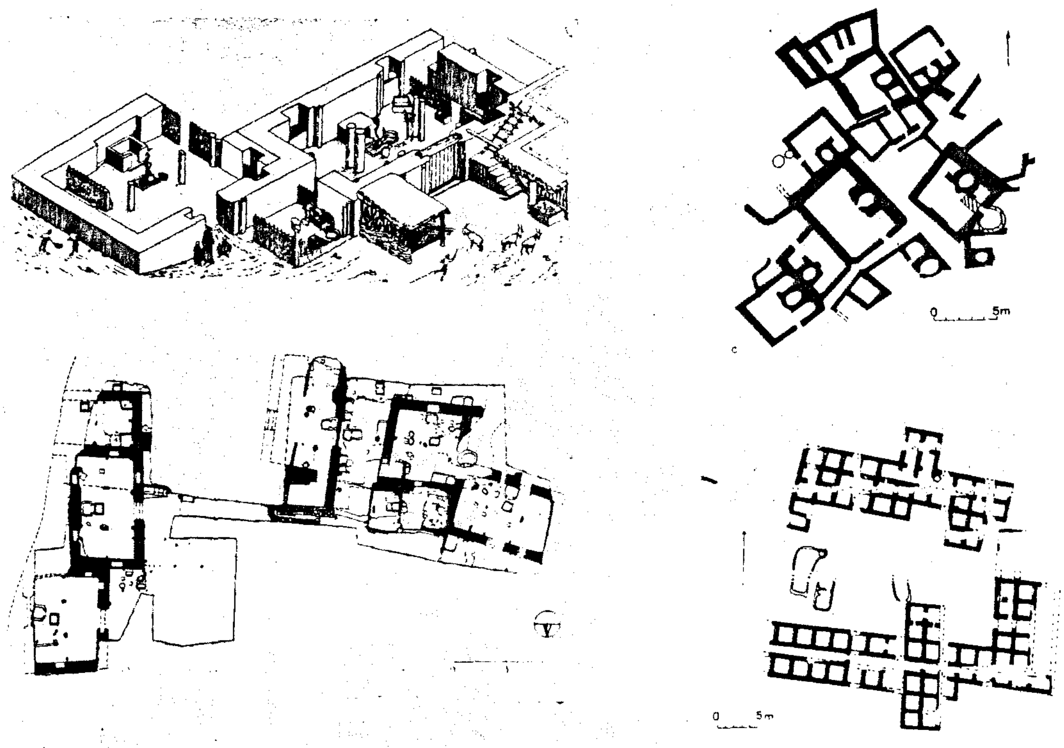


Fig. 2.27.- a) Hacilar,Turquía. b) Poblado de la cultura neolítica de Jeitun. c) Almacenes de Umm Dabaghiyah III.

mediante otro proceso: así, en los almacenes de Umm Dabaghiyah III, a medida que se van añadiendo más celulas, el edificio se cierra progresivamente alrededor de un espacio interior que se interioriza poco a poco a poco dando lugar al patio.

Ya habíamos visto en el tema 1 la forma característica de Labbezanga, poblado completamente disconexo, y afirmábamos que dentro de la misma cultura se desarrolla otro tipo similar al tema 3: es el ejemplo expuesto a continuación, cercano a Timbuctu en el río Niger, donde se utiliza la valla como distinción progresiva de las agrupaciones, distinción que ya está completamente desarrollada en Logone-Birni, en el Camerún, con una gran fluidez de movimiento entre las partes abiertas y cerradas del poblado. Igualmente se encuentran abundantes ejemplos arqueológicos de este estadio, aquí incluimos Sawwan III-A, en la orilla oriental del Tigris, cerca de Samarra, culmina-

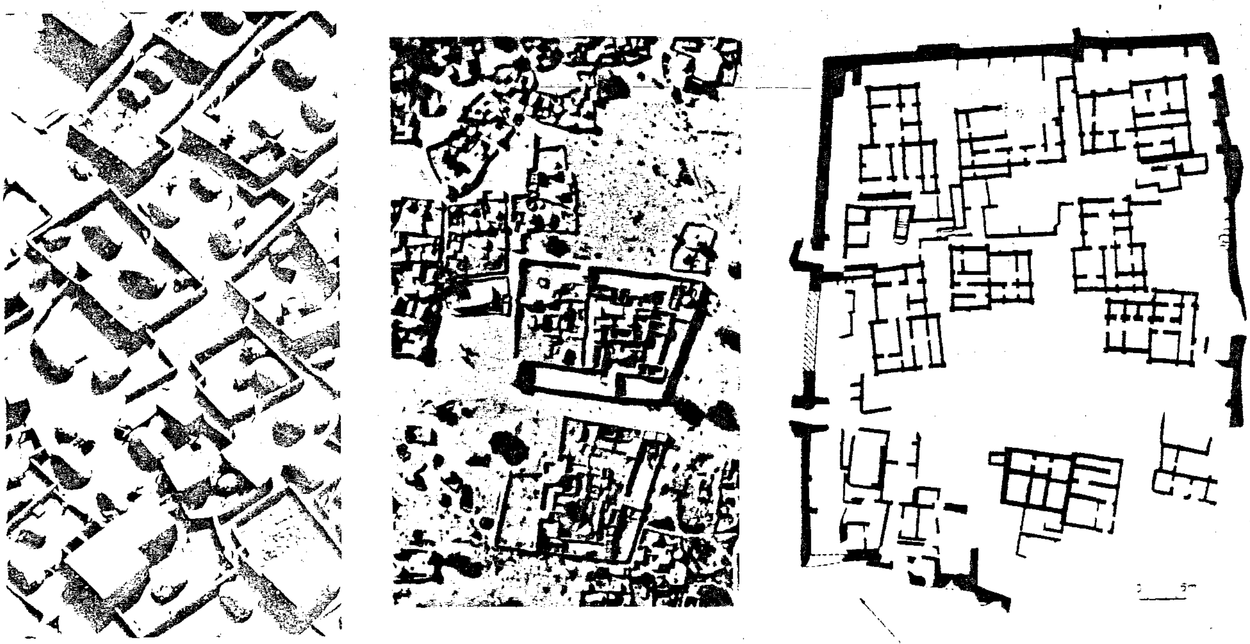


Fig. 2.28.- a) Poblado cercano a Timbuctu en el río Niger. b) Logone-Birni, Camerún. c) Sawwan III-A.

ción de los asentamientos neolíticos en Mesopotamia, donde ya se puede hablar de arquitectura en sentido estricto; los edificios en forma de T repetidos sistemáticamente son bastantes complejos y corresponden a combinaciones de temas sintácticos más avanzados (5 y 8 principalmente), pero la dispo sición global pertenece al tema comentado.

La otra corriente en el desarrollo de esta morfología es la elaboración progresiva del patio o los espacios permeables interiores. En Oriente medio los hallamos en Ur en forma primitiva, en el Palacio de Mari (Periodo Babilónico Antiguo) y en Hasanlu (1100-800 A.C.), al Norte de Irán, y desde allí pueden seguirse hacia Oriente y por todo el Mediterraneo, en los pala-

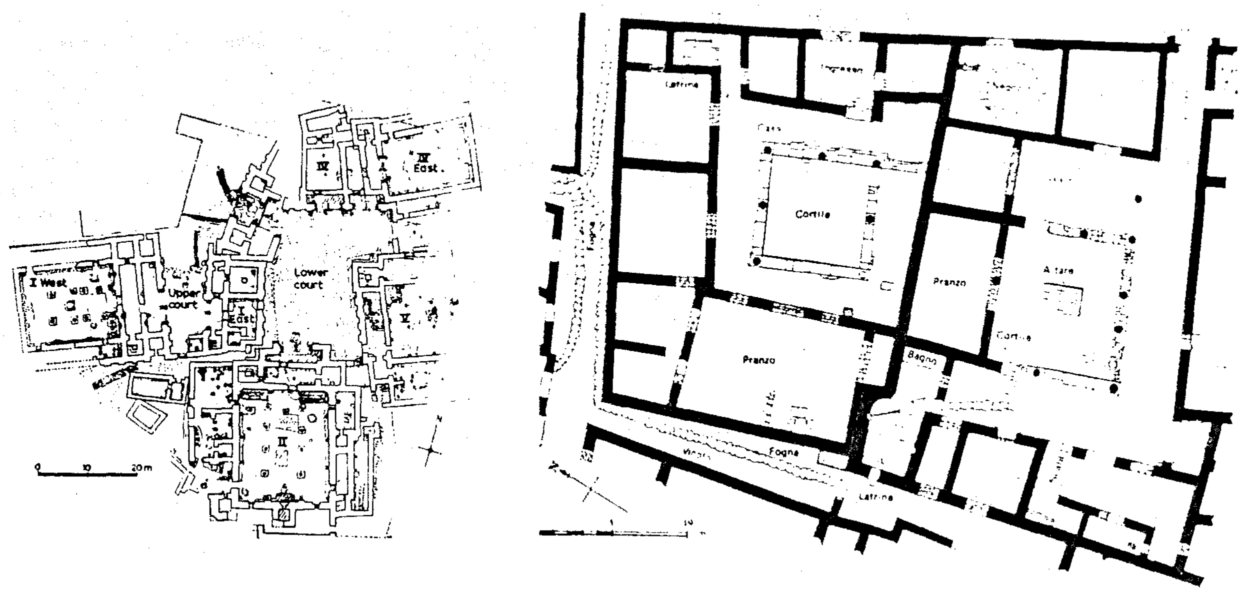


Fig. 2.29.- a) Hasanlu, Iran. b) Delos.

cios cretenses, en las ciudades grecorromanas y musulmanas. En Delos, por ejemplo, uno halla cierta mezquindad en la dimensión de las callejuelas, que contrasta con la relativa generosidad de los patios, lo cual apunta hacia la valoración del espacio público y privado, junto con una carencia de detalle en los espacios semipúblicos, rasgo que ya existía en la civilización de Harappa, en Mohenjo-Daro, sobre el Indo, y la hallamos por doquier en las ciudades árabes - véase la Casbah de Argel incluida más adelante - donde la aglomeración es tal que la forma global parece mero resultado del azar. Pero, en ocasiones, la adopción de una célula que se repite sistemáticamente impone un criterio de orden dentro del cual se posibilita una gran flexibilidad, por ello acabaremos la serie con El Oued, poblado de la región de Souf en el

Fig. 2.30.- a) Casbah, Argel.
b) El Ouef, Sahara argelino.

Sahara argelino, que nos enseña que una trama de patios puede formarse con unidades cuadrangulares o en L, tal como J. Stirling adoptase en su proyecto para Runcorn New Town, y donde podemos hallar las características esenciales de este tema:

- combinación de espacios cerrados y permeables; éstos evolucionan progresivamente hacia espacios públicos o semipúblicos (calles, plazuelas, etc.) o hacia un espacio interior (el patio) sobre el que se vierten las demas dependencias;

- se hace posible una gran flexibilidad en la disposición de unidades, como muestra su uso en obras recientes: aquí ilustramos el proyecto de 1963 para la Universidad de Berlín, de Candilis-Josic-Woods, en el que se utiliza una red de tráficos con una variada jerarquía de subsistemas comunicativos, junto con un repertorio limitado de tipos edilicios que se combinan de diversas maneras para construir la multiplicidad de espacios requeridos.

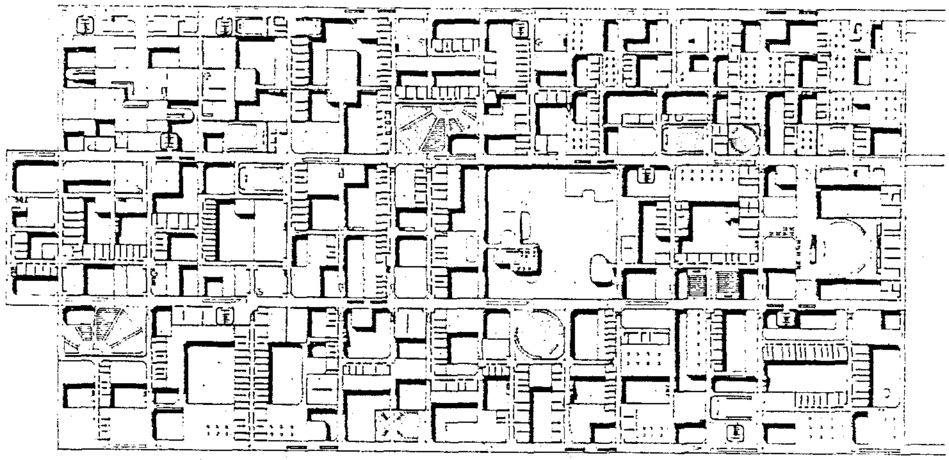
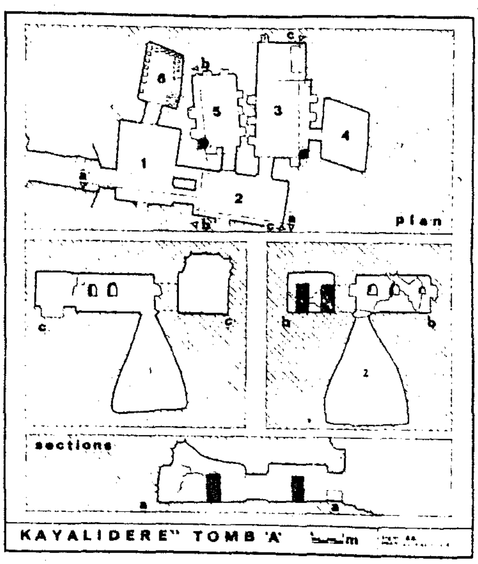


Fig. 2.31.- Proyecto para la Universidad de Berlín (Candilis-Josic-Woods).

Tema sintáctico 6 (espacios distribuidores)

Se encuentra en raras ocasiones en ejemplos arqueológicos como morfología independiente, quizás por su evidente inestabilidad. Su rasgo característico es la confluencia de las operaciones de clausura e inclusión para generar un espacio distribuidor, que en formas arquitectónicas constituye una antesala o espacio conector, y que en aglomeraciones urbanas aparece como



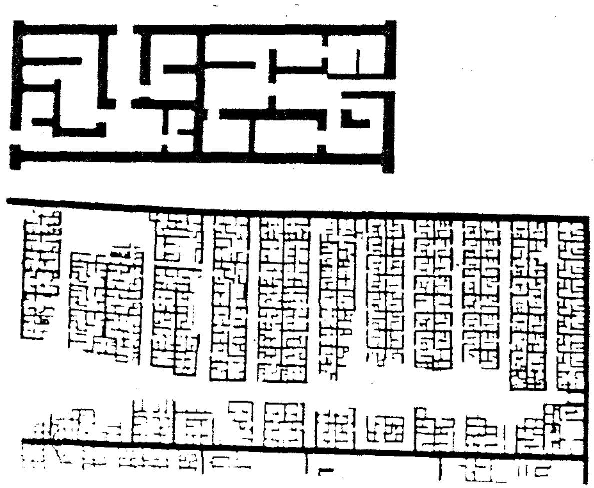
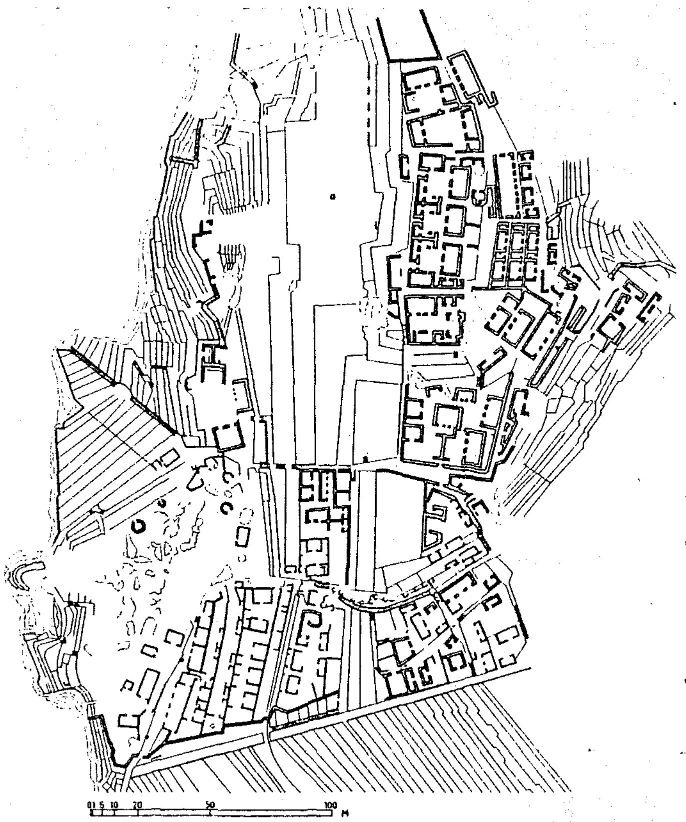


Fig. 2.32.- a) Tumba de Kayalidere. b) El Lahun.

una arteria de la que salen varias callejuelas, dando lugar a una red parecida a un peine fácilmente reconocible.

Encontramos ejemplos de este tema en las tumbas construidas con falsa cúpula para los reyes medas de Urartu en Kayalidere, donde el carácter distributivo aparece en planta y sección; o en los barrios obreros egipcios de El Lahun y Tell el Amarna, y en algunos sectores de las ciudades incas, en Machu-Pichu y en el llamado Laberinto de Chan-Chan, ambos en Perú.



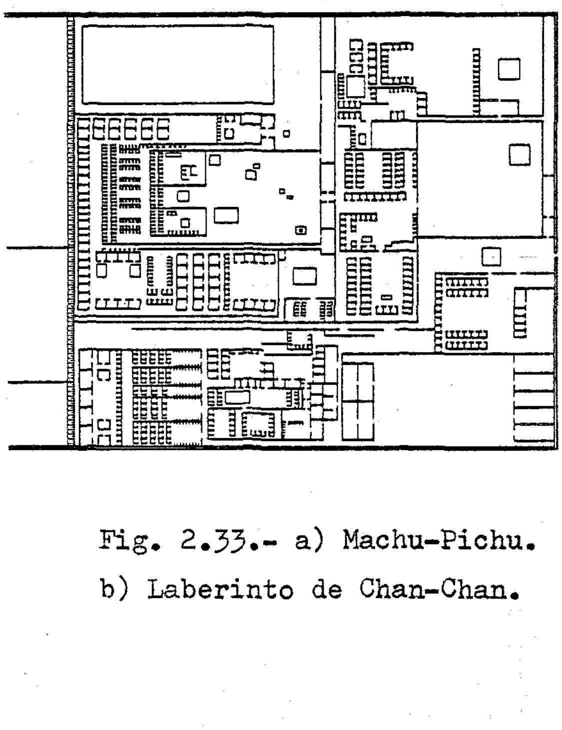


Fig. 2.33.- a) Machu-Pichu.
b) Laberinto de Chan-Chan.

Esta morfología sugiere rápidamente una disposición hipodámica o en parrilla, mucho más económica y flexible, que en los ejemplos contemporáneos suele producirse como resultado de operaciones de traslación (así se opera en el edificio Girasol de Coderch de Sentmenant, también perteneciente a este tema). El gesto lógico de estas configuraciones es el de disyunción, dado que el espacio distribuidor facilita la elección de un espacio entre los varios servidos.

Tema sintáctico 5 (espacio intermedio)

En oposición al tema 6, el 5 es verdaderamente pródigo en ejemplos, cuyas partes se disponen según la relación "estar entre". Debe precisarse que ésta es una relación ternaria y en los asentamientos más sencillos se constituye mediante un espacio permeable colocado entre dos espacios no permeables, de modo que se generan tres oposiciones - dos entre el espacio permeable y cada uno de los objetos definidos por distinción (clausura), y una entre estos dos últimos -. Suele existir una semejanza de forma entre éstos, y por ello la relación ternaria se asimila en ocasiones a una binaria entre el espacio permeable y el conjunto de los espacios definidos por distinción. Resulta evidente entonces que éstos pueden ampliarse, generando una multiplicidad de oposiciones que, en cualquier caso, sólo serán de los dos tipos arriba mencionados, como puede verse en los ejemplos.

Habíamos visto en el tema 3 cómo las células de los almacenes de Umm Dabaghiyah iban reagrupándose hasta sugerir la formación de un patio; en Beycesultán, al Oeste de la península de Anatolia, encontramos un asentamiento del Calcolítico Medio donde varias células se agrupan en torno a un espacio semipúblico común, que sugiere la formación de una calle y una plaza, pero esta operación de cerramiento de las agrupaciones sobre sí mismas, aunque podía generar "relaciones de estar entre" en asentamientos urbanos, precisaba algo más para elaborarla en ejemplos arquitectónicos, y por ello habremos de retroceder en el tiempo para ha

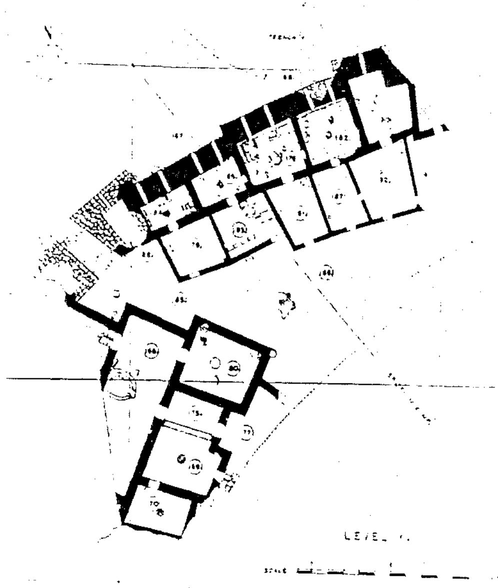


Fig. 2.34.- Beycesultán.

cernos una idea de la elaboración arquitectónica de este concepto.

En el templo cuadrado de Tell Asmar (Periodo Dinástico Primitivo, Ubaid) hallamos un espacio central alrededor del cual se disponen espacios para abluciones, habitaciones para sacerdotes, altares y acceso; se refleja allí cierta influencia sumeria y si lo comparamos con los templos de Eridu (posterior a la tercera dinastia de Ur) y Tepe Gawra, un poco mas tardío - cuya importancia ya señaló adecuadamente S. Giedion /1971/ -, podemos seguir toda una línea evolutiva que, al mezclarse con las cualidades del tema 4 - el templo Orthostats en Hazor - desemboca en arquitecturas como la del Templo de Jerusalén construido por Salomón. Asimismo, podríamos incluir en este grupo al Erecteion.

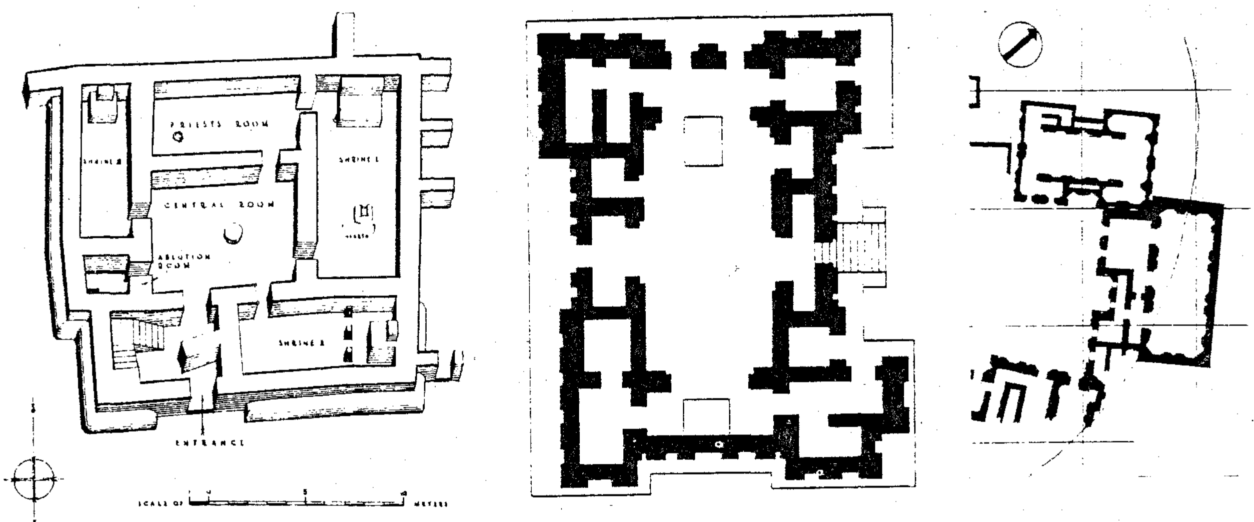


Fig. 2.35.- Templos de Tell Asmar, Eridu y Tepe Gawra.

Pero la variante urbana de este tema sintáctico es mucho más fácil de visualizar. En una escala intermedia entre la arquitectura y el barrio encontramos las casas en hilera del siglo XVI entre la calle del Paradiso y la salizzada San Lio en Venecia, y la plaza Dauphine, construida en París durante el siglo XVII; en ésta se observa (fig. 2.36) claramente que el espacio permeable interior en forma de flecha se relaciona con cada una de las alas residenciales para originar dos espacios angulares recogidos y alejados del recorrido principal, según el eje longitudinal, y la oposición entre las alas de vivienda se expresa con claridad en las dos entradas a la plaza.

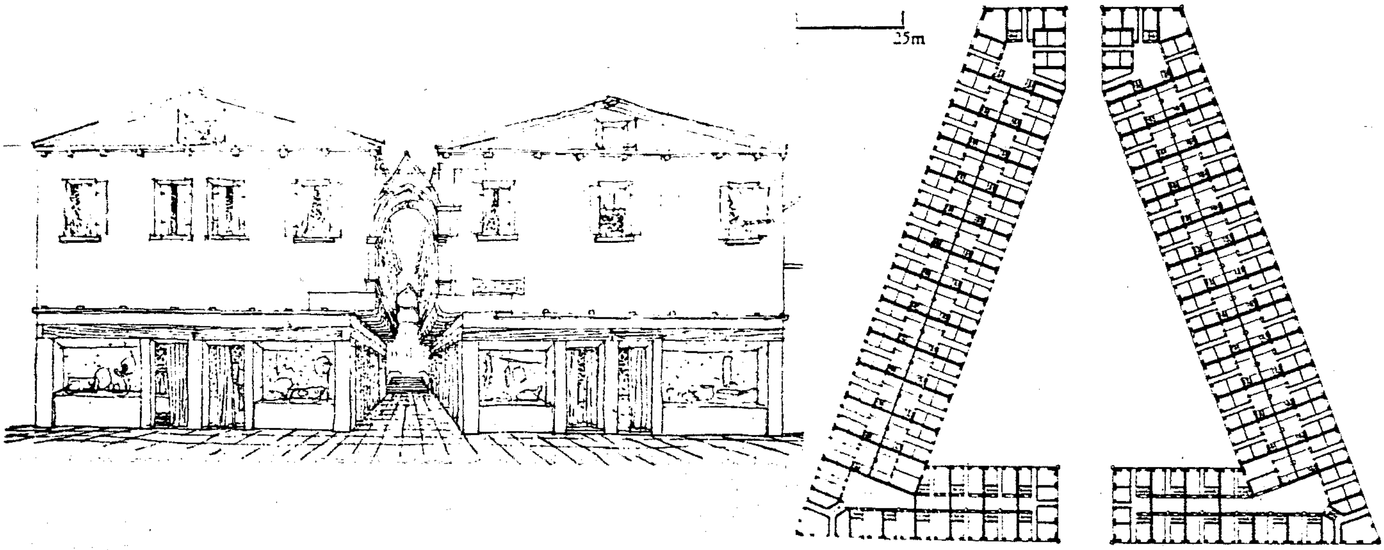


Fig. 2.36.- a) Salizzada San Lio, Venecia. b) Pza. Dauphine, Paris.

Las formas de este tema que incluyen una calle suelen aparecer cerca de líneas naturales de comunicación - en el camino de Santiago y en las rutas de peregrinación a los templos japoneses, por ejemplo -, y son frecuentes asimismo en las ciudades medievales. De éstas hemos elegido la ciudad de Bedale, en el Norte de Inglaterra, porque la relación "estar entre" se aplica en ella de dos maneras:

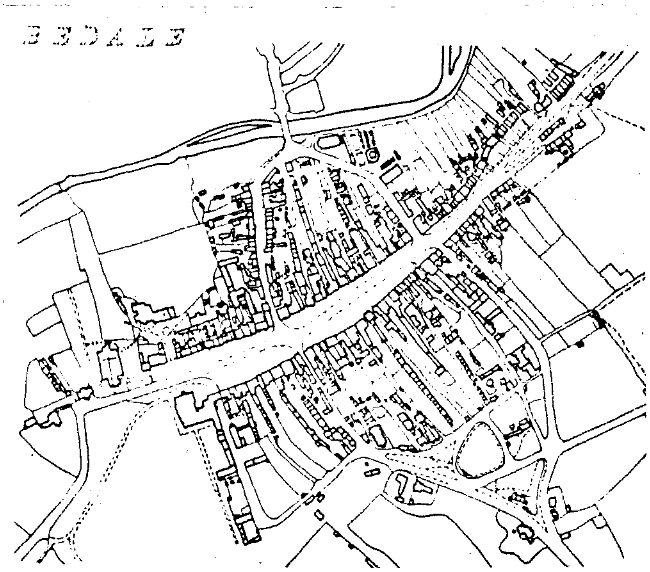


Fig. 2.37.- Bedale.

- por una parte la calle central divide en dos al asentamiento, pero, a su vez, es suficientemente ancha como para considerar que este espacio permeable es algo más que un espacio residual. En esta región hay multitud de pueblecitos donde este espacio alargado (the green) se utiliza como centro de reunión y para juegos comunitarios;

- por otra parte, aún se distingue una primitiva forma elíptica, partida en dos, cada una de cuyas mitades forma un objeto localizado "entre" la serie de construcciones y parcelas que la rodean y constituyen el resto del asentamiento.

Hasta aquí hemos considerado un espacio intermedio entre dos objetos definidos por su carácter cerrado, e igualmente podemos considerar tres o más, resultando entonces la plaza rectangular o el cluster, frecuentes en

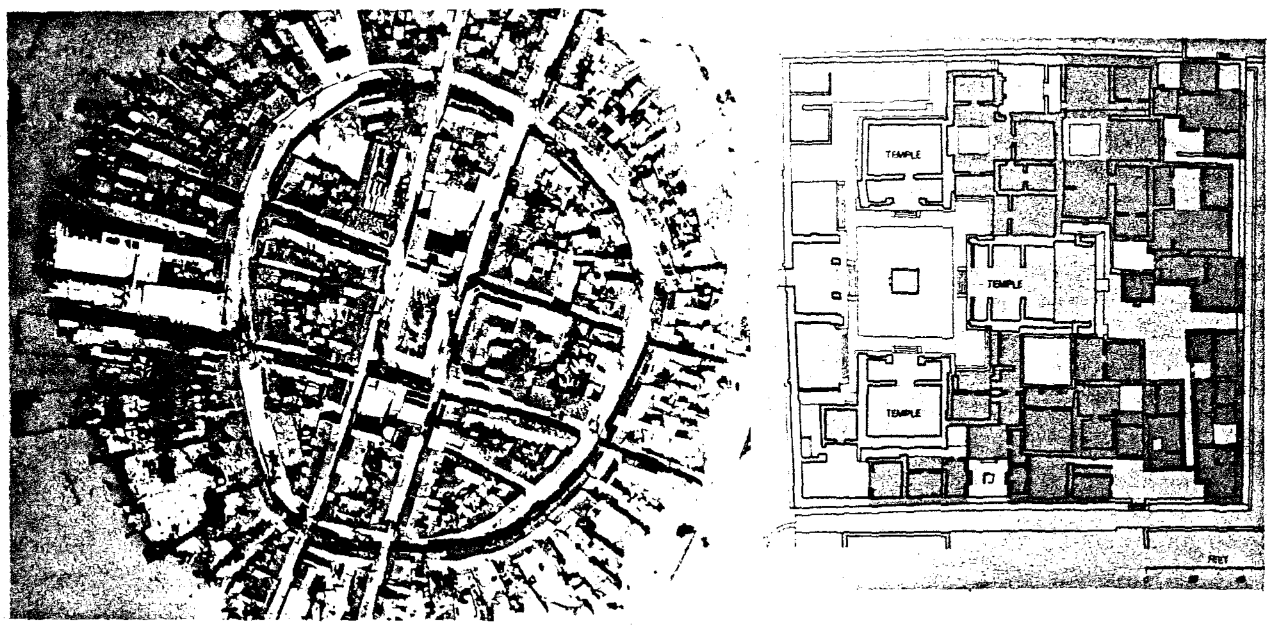


Fig. 2.38.- a) Poblado mejicano de la costa del Pacífico. b) Casa nobiliaria de Teotihuacán.

los diseños de los arquitectos de la Ilustración (vease E. Kaufmann /1955/) y en las ciudades coloniales - aquí se incluye un pueblo de pescadores en una laguna de la costa mejicana del Pacífico junto a una casa nobiliaria de Teotihuacán -.

El poblado mejicano nos muestra ocho manzanas que encierran otro espacio permeable que o bien es común o bien se distribuye parcelariamente entre las unidades residenciales que las constituyen - obsérvese el siguien te ejemplo, una manzana procedente de Florencia, entre la cuarta y la quinta muralla -; comparándola con Bedale apreciamos que en estas manzanas las alineaciones se orientan primordialmente hacia la calle central, pero,apenas aumenta la densidad, se ocupa toda la periferia y entonces el problema que requiere mayor atención es la solución de la esquina, como prueba la experiencia de Barcelona.

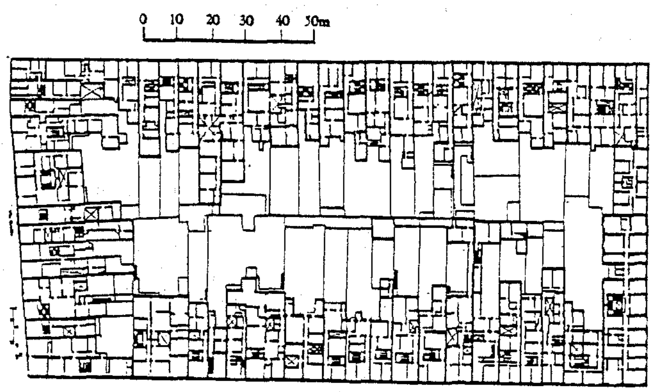


Fig. 2.39.- Manzana florentina.

Por último, consideraremos el "cluster": en varias ciudades clásicas - v. g. el ágora helenística de Assos - o medievales - la aquí incluida es Telç, en el centro de Europa -, el espacio de tránsito se ensancha formando al final un dominio común al que se orientan las edificaciones que le rodean. Esta disposición es frecuente en las ciudades nórdicas y ha producido fructíferos resultados en la reciente arquitectura escandinava: A. Aalto utilizó este recurso en el Centro Cul

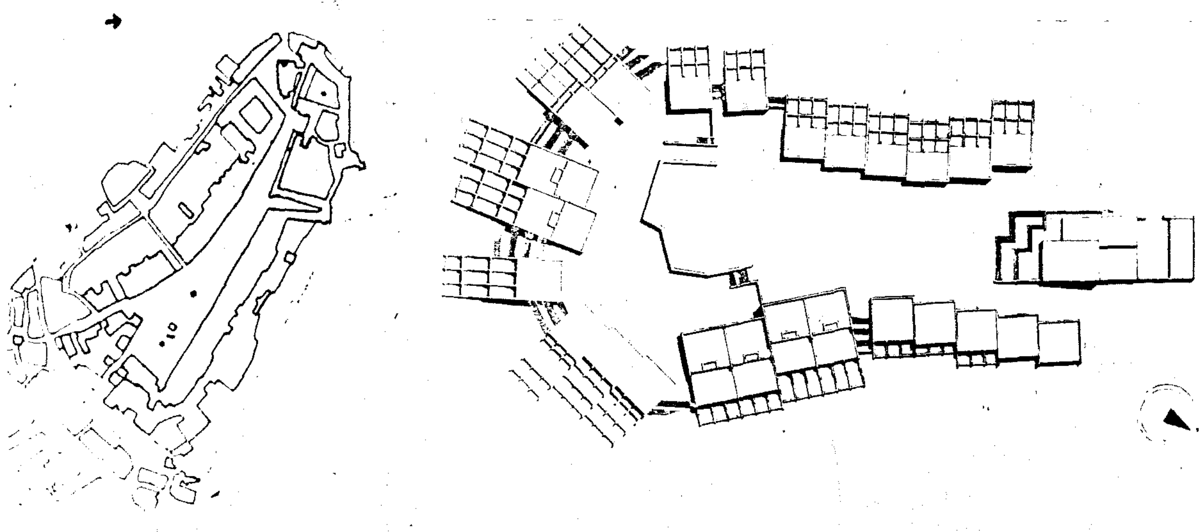


Fig. 2.40.- a) Telç. b) Viviendas en Birkehöj (Jørn Utzon).

tural de Wolfsburg y en el Ayuntamiento de Saynätsälo, y Jørn Utzon lo hace en las viviendas de Birkehöj, incluidas más atrás.

Pero los espacios intermedios no sólo aparecen en la arquitectura moderna escandinava: uno de los primeros esbozos de M. van der Rohe para un rascacielos de cristal y una casa en la isla de Wight, de J. Stirling y Gowan /1958/, muestran cómo una misma operación sintáctica puede convertirse metafóricamente en una infinidad de soluciones con diferentes geometrías.

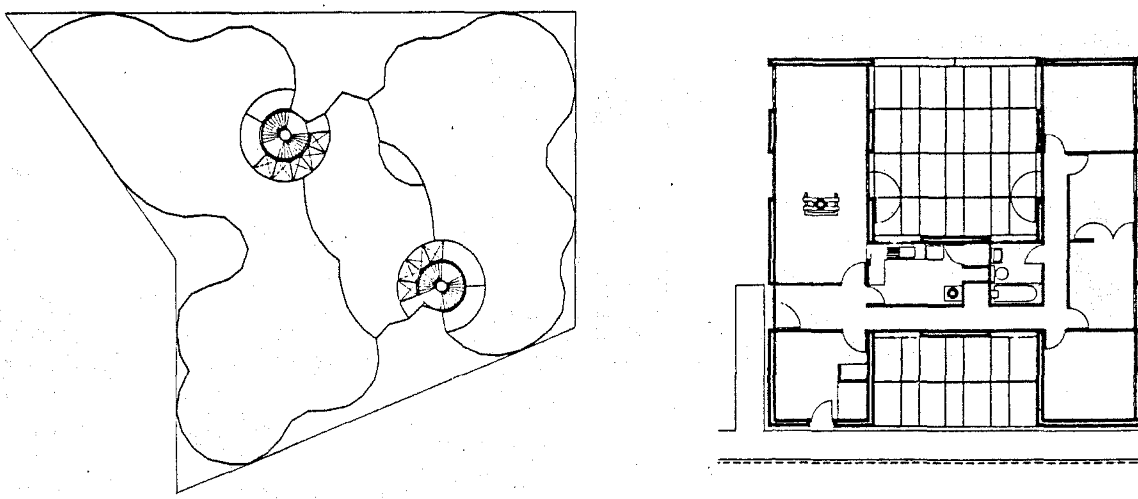


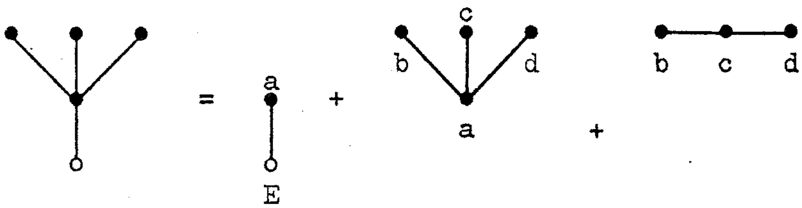
Fig. 2.41.- a) M. van der Rohe: proyecto de rascacielos de cristal.
b) Vivienda en la isla de Wight (Stirling, Gowan).

Habíamos abandonado el comentario de las configuraciones gráficas en el grupo 5.0, y hasta entonces habíamos distinguido seis temas sintácticos, tres iniciales o elementales, y otros tres que eran uniones de aquellos tomados de dos en dos. Los dos temas restantes son composiciones ternarias de los iniciales.

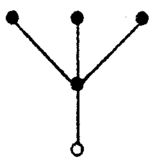
El tema 8 viene caracterizad por objetos que son resultado de la unión de las operaciones básicas

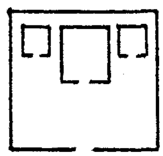
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{array}\right) + \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \hline & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{array}\right) + \left(\begin{array}{cc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{array}\right)$$

y su grafo característico es el segundo del grupo 5.2,



cuya serie genética puede seguirse desde 5.0

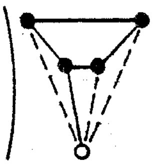


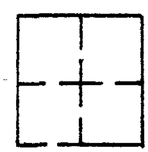


$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

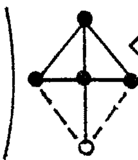
pasando por las variantes borrosas de algunas configuraciones de 5.4, con las que presenta semejanzas lógicas, no físicas:

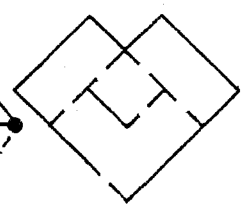
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$





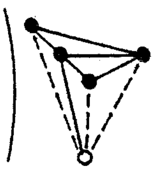
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

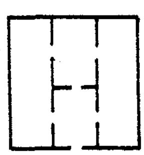




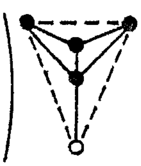
hasta las dos figuras de 5.5, especialmente en sus variantes borrosas

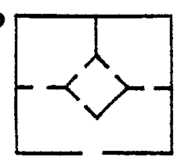
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$





$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

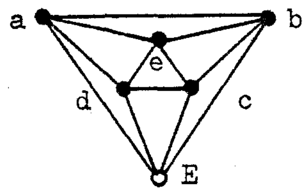


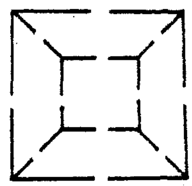


la primera de las cuales se tomará como arquetípica. En todas ellas se va elaborando la confluencia de las cualidades sintácticas de los temas 4, 5 y 6 que, como hemos visto, podíamos caracterizar como la antesala, el espacio intermedio y el espacio distribuidor, donde se subrayaban, respectivamente, los rasgos lógicos de la inclusión, la conjunción y la disyunción: en las dos figuras expuestas en último lugar el espacio a adquiere el carácter de antesala y espacio distribuidor - nótese que está conectado con todos los demás y que todo tránsito desde o hacia el exterior debe pasar por él -, mientras que c y d - en el segundo ejemplo - tienen función de espacio intermedio, al que no se puede llegar sino atravesando todos los demás.

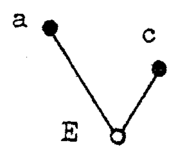
Por último, en el tema 7, que es el más complejo, todos los espacios de la configuración se hallan relacionados con los adyacentes siguiendo simultáneamente las operaciones 1, 2 y 4.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 0 & 1 \\ & & & 0 & 1 & 1 \\ & & & & 0 & 1 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$

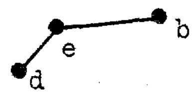




La matriz puede obtenerse como conjunción (join) de los grafos



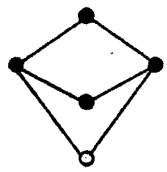
y

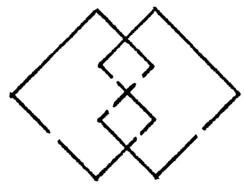


correspondientes a los temas 1 y 4 (en los que la operación 2 ya se halla implícita; pero ha de apuntarse que de esta conjunción se han eliminado las adyacencias Ee, ac y bd, pues en caso contrario el grafo no sería plano). Siguiendo a W. V. Quine /1952/, la conjunción no se toma aquí en el sentido de los gramáticos - sería entonces la mera adición de conexiones entre los componentes de una configuración - sino en el sentido de los lógicos - yuxtaponiendo todos los componentes en una nueva expresión donde se superponen los valores de verdad de aquellos, esto significa aquí que, aunque la nueva configuración adquiera una complejidad diferente, los temas de partida aún pueden identificarse mediante el uso, es decir, a través de las accesibilidades que pueden establecerse, lo cual ha de relacionarse necesariamente con el carácter asociativo de las conjunciones lógicas -.

La serie genética de este tema parte de una reiteración del retículo y de algunas configuraciones relacionadas con la sintaxis 6 y las ya expuestas en la serie correspondiente a la sintaxis 8, pero derivando el carácter disyuntivo de las relaciones entre espacios contiguos hacia relaciones de tipo conjuntivo. Desde

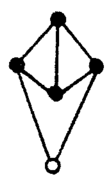
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

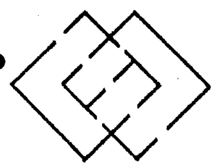




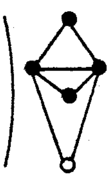
se evoluciona rápidamente hacia las siguientes configuraciones al añadir conexiones entre c y d (cuarta fila, tercera columna) o entre a y b (segunda fila, tercera columna)

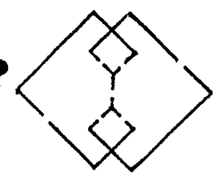
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 1 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$





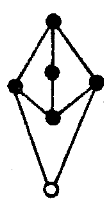
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 \\ & & & & 0 \end{pmatrix}$$

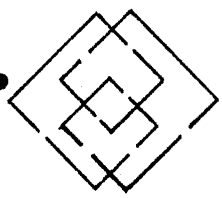




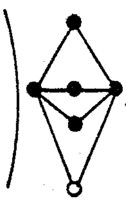
y desde aquí, añadiendo un punto más y sus relaciones con c y d, a y b:

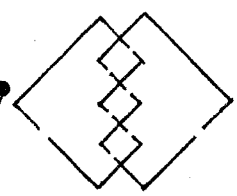
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & 0 & 1 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \\ & & & & 0 & 1 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$





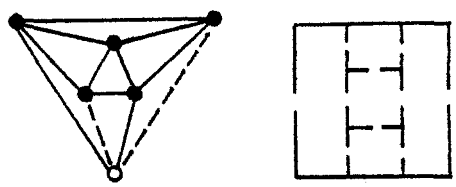
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 1 & 1 & 1 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{pmatrix}$$





conexiones que se visualizan en los unos de la sexta columna, cuarta y quinta filas, y en los de la sexta columna, segunda y tercera filas, respectivamente.

Una vez tenida en cuenta la variación de nomenclatura - puesto que en estos grafos los vértices c, d y e no están conectados con E - se observa que de la asimilación de estas conexiones resultan el grafo y el objeto arquetípico arriba descritos. Ambos son perfectamente simétricos, es decir, las conexiones entre cualquiera de los espacios a, b, c y d con sus adyacentes y E o e se desarrollan igualmente en ambos sentidos, por lo que estos elementos son intercambiables; eliminando las accesibilidades Ed y Eb, por ejemplo, tal simetría desaparece y entonces a y c controlan la estabilidad externa del objeto espacial y b y d su estabilidad interna. Una mera ojeada a la figura adjunta nos muestra que todos los espacios poseen un carácter



permeable y distributivo (temas 1 y 6), la disposición de a, b, c y d respecto a e establece los rasgos de clausura e inclusión, y la relación "estar entre" se presenta bien clara entre a, c y el conjunto de los espacios b, e y d, y - dentro de este grupo - entre e y la pareja b, d.

Descritas las cualidades gráficas de estos últimos temas, pasemos a diferenciar las características espaciales de los ejemplos reales.

Tema sintáctico 8

Aquí la confluencia de operaciones restringe la variedad, en contraste con el tema 7, donde la crea, y, en general, el tema 8 es un tema tardío. En él hallamos combinados los rasgos de clausura, inclusión y distribución, todos ellos jerarquizantes: los encontramos en el Taj Mahall (construido ha

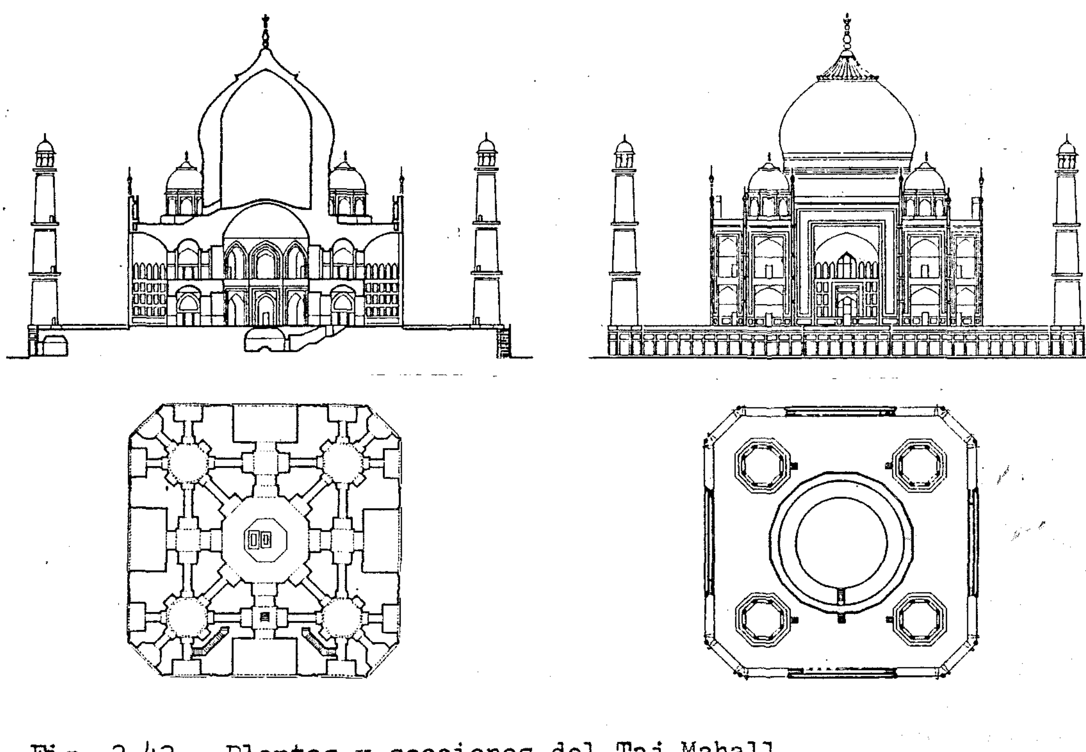


Fig. 2.42.- Plantas y secciones del Taj Mahall.

cia 1630) y en el Pabellón de los Ocho Paraísos en Isfahan (hacia 1670).

Y es precisamente esta posibilidad de subordinar espacios lo que le hizo útil para su aplicación en edificios donde el control físico o simbólico es un elemento esencial: se usó sistemáticamente en los refinados diseños de cárceles del siglo XIX, y es frecuente en espacios sagrados (aquí exponemos el templo escalonado de Phnom Bakheng en Angkor - 893 d. C. -).

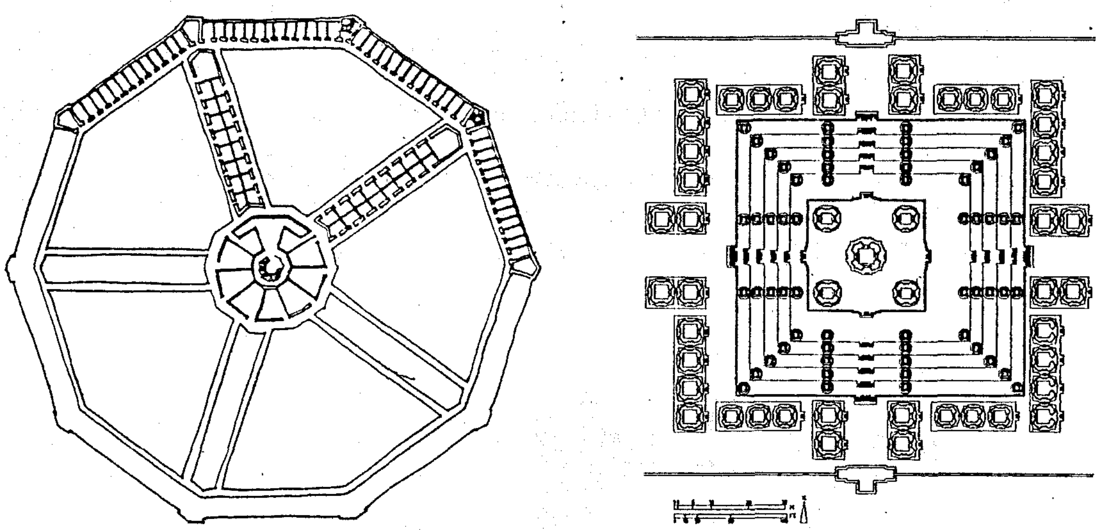


Fig. 2.43.- a) Penitenciario del siglo XIX. b) Templo de Phnom Bakheng en Angkor.

En el ejemplo de la fig. 2.42 la clausura y la inclusión se dan conjuntamente en el hecho de que, para acceder al espacio central, es preciso atravesar toda una gradación de espacios dispuestos concéntricamente, y cada uno de ellos se conecta con los adyacentes, lo cual les dota de su carácter distributivo, que se consigue en Angkor mediante las escalinatas que unen los niveles consecutivos, flanqueados por alineaciones de templetes que obligan a circular según ejes previamente establecidos; así, la inclusión es el rasgo sobresaliente, es decir, la disposición jerárquica en diferentes niveles, no pudiéndose hablar de una clausura propiamente dicha.

Tema sintáctico 7

En este se intersecan los demás, y de aquí su riqueza; fundamentalmente se forma al conjuntar la relación "estar entre" y la noción de espacio distribuidor.

Los ejemplos más inmediatos - ofrecemos aquí el pueblecito italiano de San Vitorino, cerca de Roma, y el templo budista japonés de Höryü-ji en Nara (entre 670 y 714 d. C.) - muestran con facilidad las oposiciones que definen la relacion "estar entre", a saber, las existentes entre el objeto periférico y el espacio permeable interior, entre la periferia y los pabellones centrales, y entre estos y el espacio permeable. Es este último el que materializa el carácter distributivo, ya que, una vez situados en él, la disyuntiva de acceder a cualquiera de los pabellones interiores.

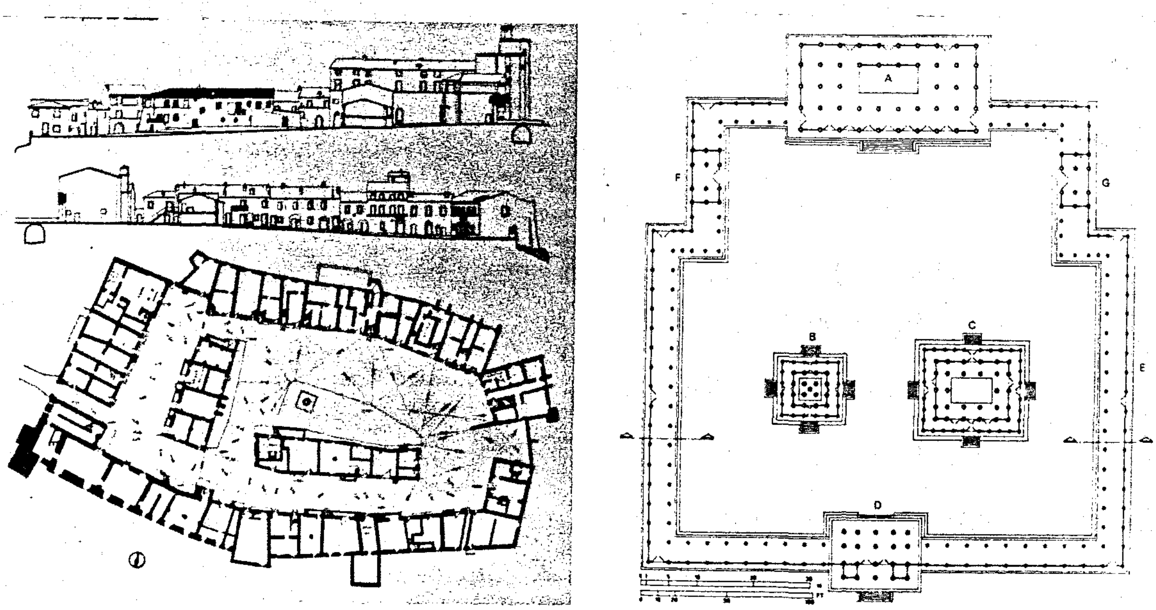
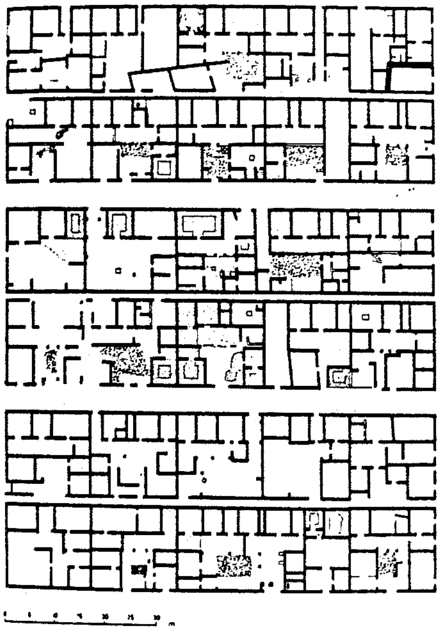


Fig. 2.44.- a) S. Vitorino, cerca de Roma. b) Templo de Höryü-ji.

Curiosamente, estas propiedades sintácticas suelen aparecer en ciudades planificadas: obsérvense en la fig. 2.45 tres insulae de la ampliación de Olinto, junto con S. Giovanni Valdarno, una ciudad florentina del siglo

XIII, quizas proyectada por Arnolfo di Cambio, donde las alineaciones de las



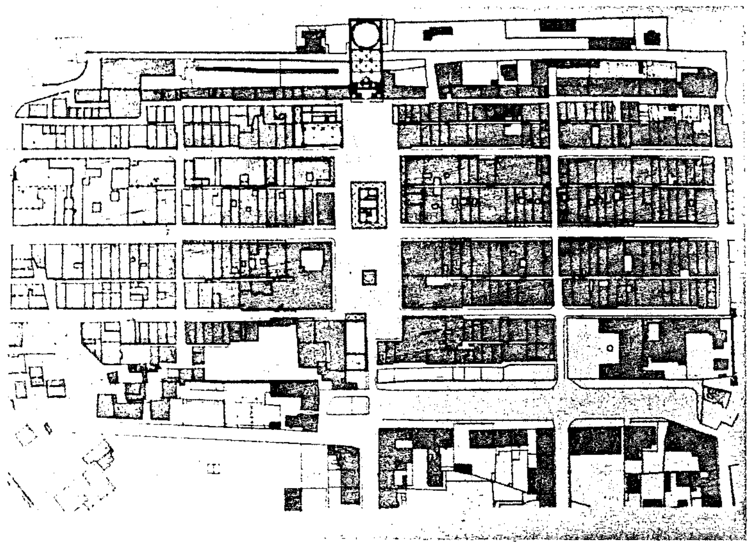


Fig. 2.45.- a) Tres insulae de la ampliación de Olinto.
b) San Giovanni Valdarno.

unidades edilicias se colocan entre una calle principal y una secundaria de servicio, con la particularidad de que en el segundo ejemplo la operación se repite según un sistema de ejes ortogonales, consiguiéndose así una forma que recuerda poderosamente a las fundaciones romanas.

Es más, este tema no sólo se presta a la planificación , sino también a la planificación masiva. El principio organizativo es tan sencillo y económico que se esparció rapidamente por Inglaterra durante la revolución industrial, al igual que se había extendido anteriormente por las ciudades helenísticas, en la forma de la trama hipodámica, y también lo hallamos en las fundaciones romanas, renacentistas y en la planificación de los ingenieros militares del siglo XVII .

Tampoco puede decirse que sea una operación sintáctica muerta. Recientemente J. R. Moneo, M. Solá-Morales et al. propusieron, en el concurso pa-

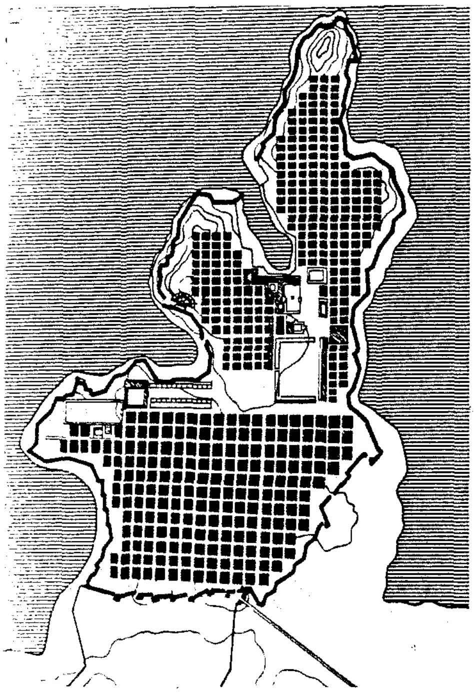


Fig. 2.46.- Mileto.

ra la edificación del polígono 10 en Lacua (Vitoria), una solución que puede incluirse en este tema, y donde se expresaba "el deseo de resolver, con rigor técnico, la urbanización extensiva, la moderna ciudad jardín, sin alejarse, sino acercándose a Hilberseimer y Milton Keynes" (Casabella 453, Diciembre de 1979). La solución global no sólo aúna un principio coherente de fragmentación parcelaria, trazado viario y alineaciones residenciales, sino que,además, los tipos utilizados se generan mediante dendogramas donde los rasgos básicos (disposición de la escalera, cualidades de la sección, etc.) se combinan, sentando así un precedente práctico de la intención teórica subyaciente a este trabajo.

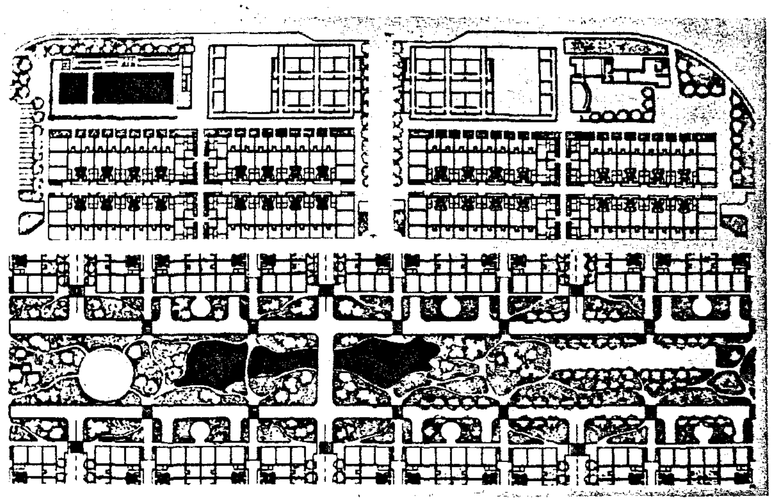
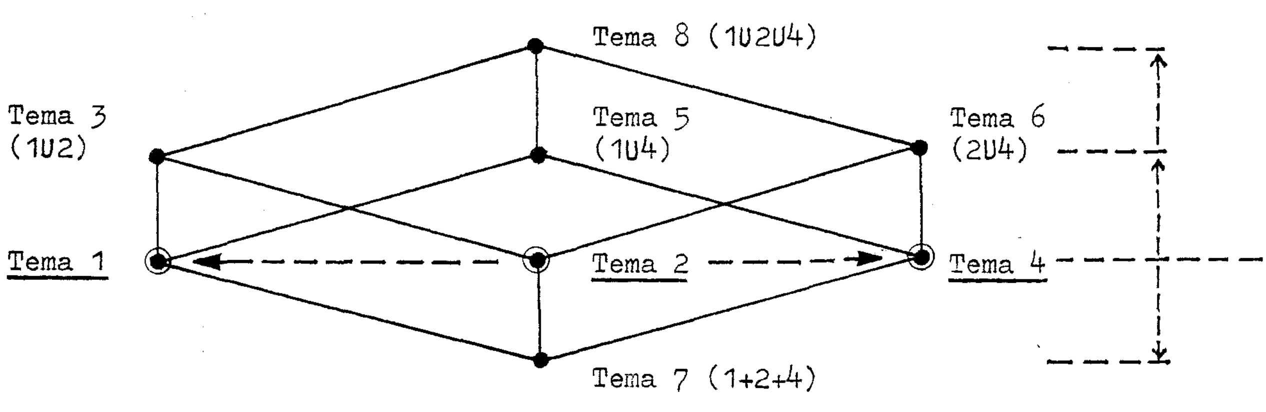


Fig. 2.47.- Fragmento de la propuesta para el polígono 10 de Lacua en Vitoria (J. R. Moneo, M. Solá-Morales et al.).

2.2.3.- Anotaciones a la estructura de los temas sintácticos

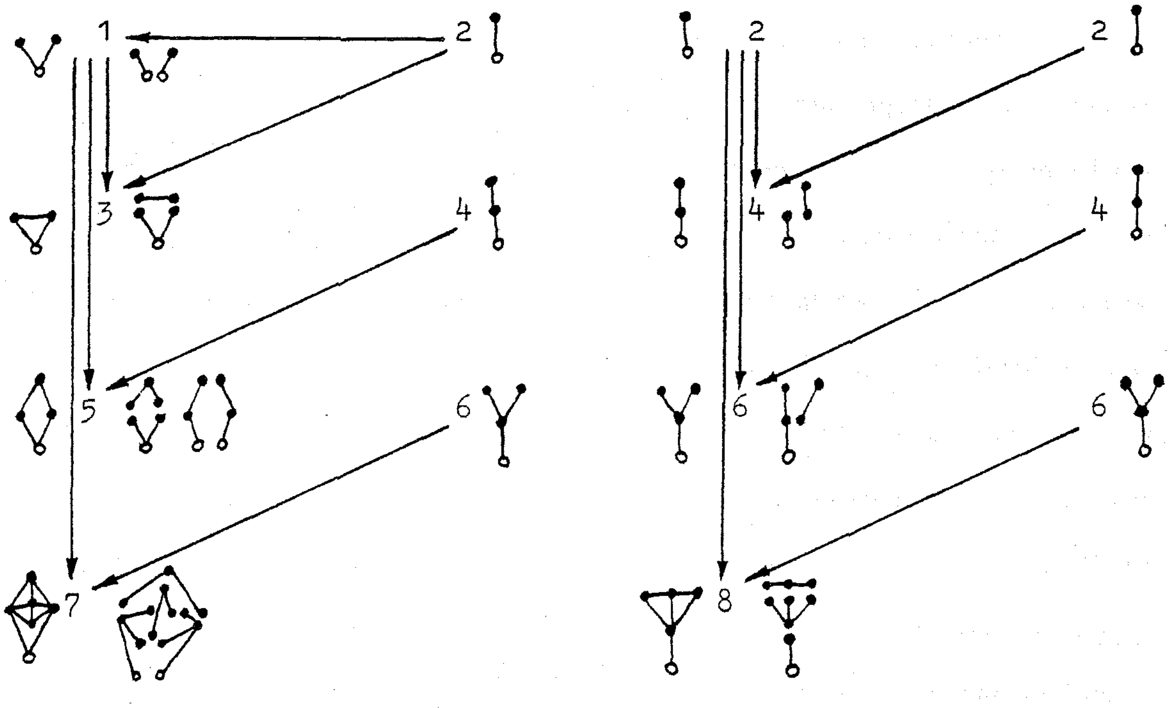
En las páginas anteriores se ha aplicado la Teoría de Grafos con propósitos nada ortodoxos: nuestra intención no era elaborar simplificaciones duales de las representaciones planas de formas arquitectónicas o urbanas, sino exponer un conjunto inicial de modos de conexión espaciales cuya naturaleza arquetípica permitiese englobar en ellos múltiples formas reales; el empeño era comunicar no sólo los rasgos físicos, fácilmente representables mediante abstracciones matemáticas, sino comunicar además aquellas intuiciones espaciales que suelen perderse al introducir la jerga técnica. Y,una vez aislados los ocho temas sintácticos, las preguntas inmediatas son: ¿cómo se relacionan?, ¿existe algún parentesco entre ellos?, ¿por qué razón son sólo ocho?.

Hemos introducido de manera seudo-inductiva tres nociones elementales (clausura, vecindad y límite) coordinadas a tres tipos de relaciones de conexión, y para coordinarlas nos hemos basado en las observaciones de J. Piaget /1975/. A partir de aquí se procedió a elaborar por métodos combinatorios <u>todas</u> las configuraciones gráficas planas con menos de seis puntos - restricción que nos viene impuesta por el teorema de Kuratowski -. Entonces se opera por deducción incluyendo todas estas configuraciones gráficas en ocho temas, de los que surgen todas las formas mediante recurrencias (iterativas, combinatorias, típicas, aplicadas a nivel local o global, y en un sentido lógico o físico); tales temas se relacionan entre sí según el retículo



que consta de ocho elementos por haberse partido de tres elementos básicos, dado que el número de partes de un retículo formado mediante n elementos iniciales es 2^n.

Al mismo tiempo, la génesis de esta estructura puede describirse formando dos subcolecciones en las que predomina el cáracter de permeabilidad y clausura, respectivamente:



y donde puede observarse que la columna de la derecha se autogenera, mientras que la de la izquierda depende de la anterior para su formación.

Pero, antes de dejarnos tentar por la aparente coherencia del esquema, hemos de referir al hecho, observable en las series de ejemplos reales, de que algunos objetos muestran propiedades correspondientes a dos o más temas; se puede objetar entonces que hay un enorme grado de artificiosidad en el argumento, lo cual no es un inconveniente, sino una prueba de las dificultades de la representación y por ello hemos utilizado el termino temas sintácticos en lugar de operaciones sintácticas, reservado a configuracio nes arquetípicas, y, como veremos mas adelante, estamos aquí enfrentados a las peculiaridades lógicas de lo que se ha dado en llamar "vaguedad" (30).

En este sentido, se puede establecer un paralelismo con una paradoja discutida por Crispin Wright y Michael Dummet: considérese una colección de manchas de color, empezando por una que es claramente roja, la serie varía poco a poco de modo que, con toda certeza, puede afirmarse que las manchas finales no son rojas, y de manera que el color de dos manchas contiguas apenas puedan distinguirse como distintas. Ahora nos preguntamos: ¿puede decirse que una de las manchas de color es la "última" mancha roja? Esta ha de existir, puesto que la serie no se mantiene siempre de ese color, pero, al mismo tiempo, es imposible discernir entre el color de dos manchas contiguas; en suma, estamos diciendo que, de dos manchas de un color prácticamente idéntico, la una es roja y la otra no lo es, o sea, aplicamos dos predicados distintos a dos objetos aparentemente iguales, y de aquí su naturaleza paradójica.

Cámbiese la expresión "ser de color rojo" por la de "pertenecer a un tema sintáctico" y estamos en nuestro caso concreto. El paralelismo no es tan exacto cuando se comparan dos objetos espaciales pertenecientes a diferentes épocas o culturas, pero cuando se considera la evolución temporal (en el sentido de D. L. Foley /1964/ o D. L. Clarke /1968/) de una morfología que cambia progresivamente hacia una o varias morfologías diferentes, el argumento es impecablemente idéntico.

La situación, tal como la describe R. Parikh /1977/ (31) es que "argumentos válidos en el cálculo de predicados, aplicados a premisas aparentemente ciertas, producen conclusiones falsas" (p. 14). Debemos concentrarnos en esta "apariencia" que hemos subrayado, relacionada con las peculiaridades de la representación : C. Wright y M. Dummett refieren a Frege para afir mar que los anteriores predicados son "predicados vagos"; en verdad, podemos utilizar a este autor para introducir en las representaciones de B. Hillier, A. Leaman et al. la necesidad de una referencia y de la especificación del nivel al que se aplican las operaciones sintácticas, o a Wittgenstein para disentir de las representaciones de P. Eisenman, donde se establece la primacía de las denotaciones sobre los hechos sintácticos tal como aparecen en la realidad. Pero la vaguedad a que nos referimos aquí no procede del modo en que se argumenta, sino de las herramientas utilizadas, en breve, del tipo de lógica que se aplica a las representaciones (y para una introducción concisa y pertinente a las lógicas nultivaloradas y la vaguedad referimos a los parágrafos 2.2 y 2.3 del reciente libro de E. Trillas sobre Conjuntos borrosos).

Tanto en investigaciones sobre sintaxis espacial como en estudios de conectividad (Teixeira Kruger /1977/, Kansky /1963/) o en las descripciones del campo en sicología o geografía (K. Lewin /1936/, P. Haggett et al. /1977/) se parte de los teoremas de la curva de Jordan para representar las delimitaciones espaciales, ya que permiten pasar a diagramas de Euler-Venn, aplicar la Lógica booleana y seguir las leyes de Morgan, procedimiento ya criticado por G. I. Reiser /1937/ en palabras bien sugestivas:

"Al utilizar los diagramas de Euler para expresar el hecho de que una entidad A cae o bien dentro de la clase B o bien en la no-B, los lógicos suponen que sus círculos no tienen espesor, las leyes de la Lógica expresan el estado de la cuestión en un mundo a-temporal donde las cosas tienen fronteras bien definidas y no cambian. Pero en la naturaleza los objetos empíricos cambian y evolucionan, las líneas divisorias entre clases, especies y estados tienen espesor; las líneas son, en realidad, zonas" (32).

En pocas palabras, el modo clásico de operar conlleva dos problemas cuando se aplica a nuestro caso específico:

a) se supone entonces que las delimitaciones espaciales carecen de dimensión, y

b) presentan dificultades, a veces insuperables, al aplicarlo a la representación de umbrales - como los espacios semipúblicos, interpenetraciones, o las fronteras de los campos o dominios espaciales en Geografía y Sicología -.

Es bien cierto que Hillier-Leaman et al. disciernen entre delimitaciones permeables y no permeables, y que K. Lewin se ocupó del espesor de las barreras, pero ambos esquemas, al igual que los arriba mencionados, se apoyan en la necesidad de un enfoque positivista utilizado como excusa para minusvalorar los hechos de la vaguedad, en especial la representación de los umbrales entre dominios, como meros matices.

Por ello, hemos de ocuparnos, al hablar de delimitaciones de objetos espaciales, de dos aspectos íntimamente unidos: del carácter borroso de la delimitación y del cãracter algebraico de las operaciones sintácticas.

2.2.3. A.- Carácter borroso de las operaciones sintácticas

Para la primera cuestión mencionada podemos partir de la definición que K. Menger diera de un límite, basándose en sucesiones convergentes, y considerar que los objetos espaciales pueden representarse mediante espacios métricos - éstos son espacios no vacíos donde se ha definido una métrica o función que representa distancias -, que sean a su vez α-conexos - es decir, no se pueden partir en dos subconjuntos disjuntos y no vacíos (A,B) tales que la distancia entre cualquiera de sus elementos ($x \in A$, $y \in B$) sea mayor que α : $d(x,y) \geqslant \alpha$ -.Entonces, tales espacios serán observacionalmente conexos si α es menor que las limitaciones de nuestros métodos de observación. A medida que estos se aplican

- a poner énfasis en los espacios delimitados, pero no en las cuali dades de la frontera (como cuando se utilizan las curvas de Jordan),

- a concentrarse en las propiedades de la frontera pero no en su dimensión (como en la concepción de Hillier et al.),

- o bien en esta dimensión, pero no en las articulaciones con los espacios delimitados,

iremos obteniendo una precisión creciente en las delimitaciones. Y es preciso subrayar con Rohit Parikh que "si un espacio se descompone naturalmente en un número de partes (componentes) observacionalmente conexas, entonces podemos distinguir observacionalmente entre componentes, pero si un predicado se refiere a un punto en un componente conexo y no a otro punto en el mismo componente, entonces tal predicado no puede ser observacional" (p. 14), razón por la que podemos designar los predicados sobre las manchas de color antes citados o sobre formas distintas de un solo tema sintáctico, no como predicados vagos, sino como "no observacionales".

Según habíamos dicho, la definición de límite de K. Menger conlleva la construcción de series convergentes que aparecen en los esquemas de Pierre Boudon como secuencias lineales de pares ordenados en los cuales puede introducirse un criterio de medida, y a las que - en primera aproximación - puede aplicarse la concepción de R. Prahit de los "numeros reales vagos", esto es, tomando pares $\alpha=(\underline{a},\underline{b})$, donde $\underline{a}$, $\underline{b}$ son numeros racionales, y $\underline{a} < \underline{b}$

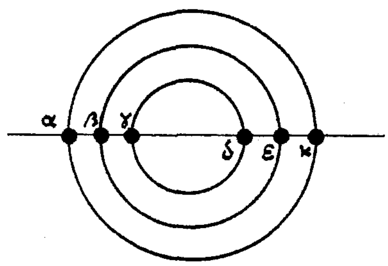
$(\underline{a},\underline{b}) < (\underline{c},\underline{d})$ ssi $\underline{b}<\underline{c}$

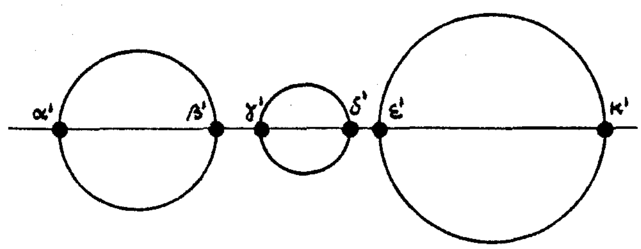
$(\underline{a},\underline{b}) \neq (\underline{c},\underline{d})$ ssi $(\underline{a},\underline{b}) < (\underline{c},\underline{d})$, o $(\underline{c},\underline{d}) < (\underline{a},\underline{b})$

$(\underline{a},\underline{b}) \approx (\underline{c},\underline{d})$ ssi no sucede $(\underline{a},\underline{b}) \neq (\underline{c},\underline{d})$; aquí $\approx$ es reflexiva y simétrica, pero no es transitiva ni una verdadera igualdad.

(Vale la pena tener en consideración que en la práctica profesional rara vez se necesita la complejidad de los números reales y que con los racionales se pueden resolver casi todos los problemas que aparecen). Si repre sentamos estos numeros reales "vagos" mediante letras griegas, las secuencias que P. Boudon utiliza para representar los diferentes tipos de orden en "una escritura de los lugares" son:

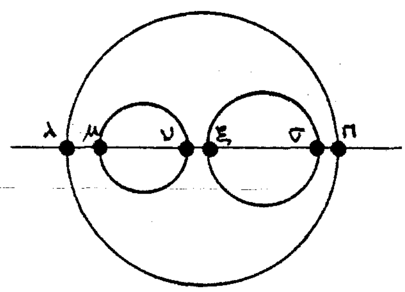
- órdenes secuenciales:



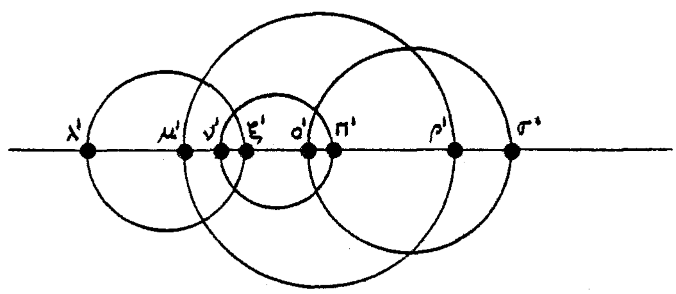


- órdenes no secuenciales (combinaciones de órdenes distintos):

órdenes disyuntivos



órdenes intersectivos



con la diferencia de que ahora no debemos preocuparnos por el espesor de la curva de Jordan,ya definido por el intervalo entre los dos numeros racionales que formalizan el número real vago.

Ahora bien, al considerar uniones e intersecciones hemos de analizar con cuidado el uso específico de las negaciones y, como ya se vió en la Sección 1, para J. Piaget la evolución de las diferentes equilibraciones y de las negaciones son solidarias en el desarrollo de las operaciones cognoscitivas, dentro de las cuales ha de incluirse la maduración de los esquemas espaciales. En consecuencia, si queremos aprender un poco más sobre las delimitaciones, debemos ocuparnos del papel de las negaciones, procurando incluir aquí el uso de los "números reales vagos" y de los "conjuntos borrosos". Estos son, en la definición original de Lotfi Zadeh /1965/, subconjuntos de un universo de discurso definidos como aplicaciones A: $X \to [0,1]$, donde el número $A(x) \in [0,1]$ expresa el grado de pertenencia de $x \in X$ al subconjunto borroso. Un modo eficaz para el uso de estas nociones es considerar las funciones características en lugar de los subconjuntos mismos, habida cuenta de que

$$F: \quad (\varphi_p^{\vee} \cup \varphi_q^{\vee})\ (x) = \text{máx} \left\{ \varphi_p^{\vee}(x),\ \varphi_q^{\vee}(x) \right\}$$

$$G: \quad (\varphi_p^{\vee} \cap \varphi_q^{\vee})\ (x) = \text{mín} \left\{ \varphi_p^{\vee}(x),\ \varphi_q^{\vee}(x) \right\}$$

$$\overline{\varphi_p^{\vee}}(x) = 1 - \varphi_p^{\vee}(x)$$

y representar las diversas operaciones entre conjuntos en forma polinomial si así se desea, conjuntando la representación topológica de los complejos simpliciales tal como Atkin /1974/ la llevase a cabo, y las negaciones definidas en términos del lenguaje de los conjuntos borrosos. Los 'valores' de éstos oscilan entre 0 y 1, y en la matriz representativa de una configuración sintáctica los valores de las conexiones serán numeros racionales; el centro de esta manera de representar es, entonces, el grado de conectividad de cada espacio con los adyacentes, un hecho ya expresado al adaptar la notación 'polaca' de Lukasiewicz para los monoides a nuestro criterio denotativo para los "grafos con raíz", y que nos lleva a considerar dos cuestiones:

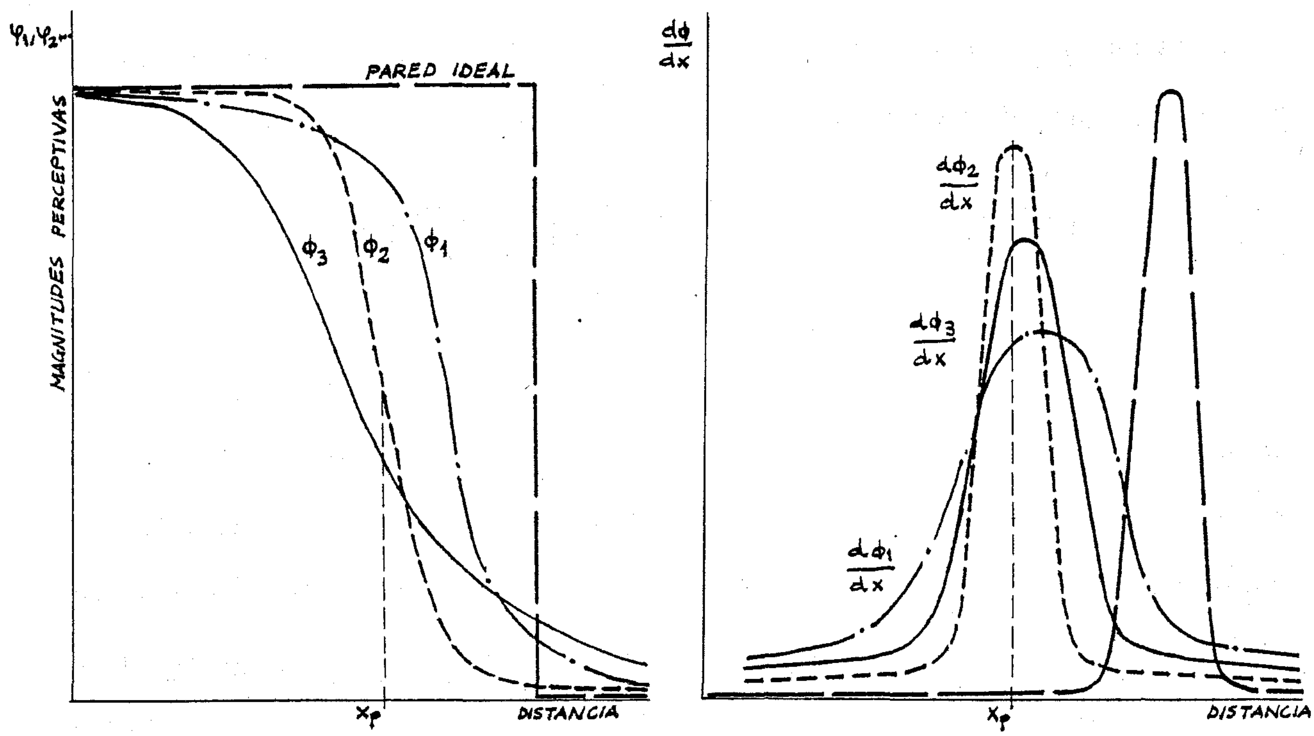
a) Imagínese que deseamos conocer la disponibilidad de caminos de longitud $\underline{n}$ desde un punto a todos los demás, la cual se calcula mediante los elementos de la potencia $\underline{A}^n$ - donde $\underline{A}$ es la matriz que representa el estado de conexiones -; es fácil observar entonces el hecho apuntado por Tinkler /1977/ de que en estas potencias el grado de conexión o incidencia en un punto no se equilibra en toda la matriz a medida que el exponente va aumentando, conducta característica de la difusión de información y contraria a lo que acaece en entidades físicas. Las potencias de $\underline{A}$ son entonces análogas a un modelo generalizado de Hägerstrand en que el grado informativo varía de nudo a nudo en lugar de ser constante y, por ello, al realizar una difusión conservadora y clásica se requiere convertir A en una "matriz de transición" T(A) antes de multiplicar la matriz por sí misma (33), lo cual se consigue dividiendo los elementos de la fila i de A por su suma; por ejemplo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1\frac{1}{2} \\ 2 \\ 1 \end{matrix} \qquad T(A) = \begin{pmatrix} 0{,}0 & 0{,}66 & 0{,}33 \\ 0{,}5 & 0{,}0 & 0{,}5 \\ 0{,}5 & 0{,}5 & 0{,}0 \end{pmatrix}$$

b) Cercana a esta peculiaridad es la observación expresada por C. Alsina-E. Trillas-Ll. Valverde /1978/ al decir que "la pérdida de idempotencia global (en los conjuntos borrosos) causa la pérdida de la estructura de retículo en $\underset{\sim}{P}$ (X) cuando $F \neq$ Mín o $G \neq$ Máx (donde F y G son las funciones características arriba indicadas) y, para conectivos arbitrarios F y G, el único subretículo es el álgebra booleana de las funciones características (subconjuntos clásicos)" (34). Por esta razón la estructura reticular de los temas sintácticos es aquí semejante a la de Hillier et al., a pesar de que nosotros operamos con una lógica trivalorada y ellos operan con nociones clásicas.

Sin embargo, todo esto parece muy bien, pero uno se pregunta ¿cuál es la base empírica de este argumento?.

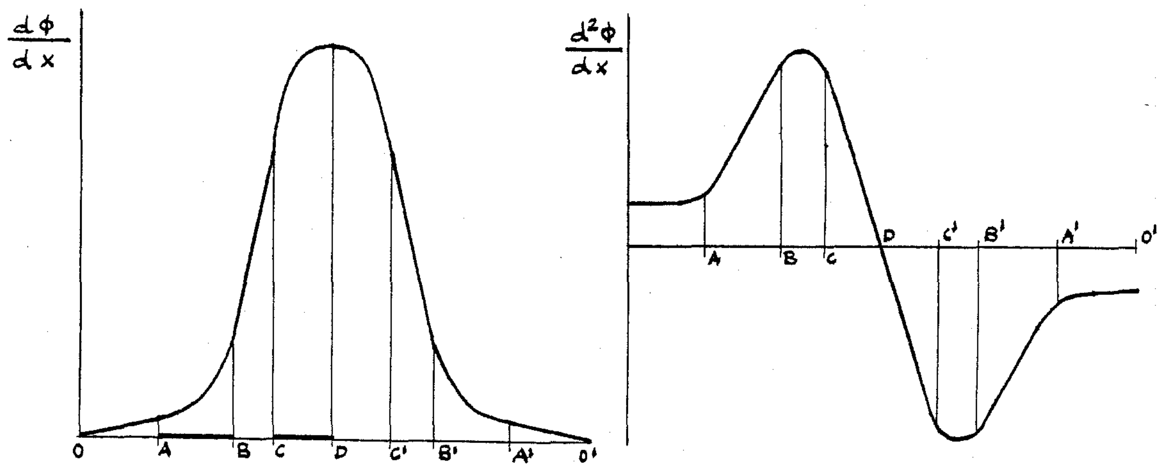
A. Moles y E. Rohmer /1972/ describen las fronteras y delimitaciones no como curvas de Jordan, sino como variaciones bruscas del gradiente de las funciones sensoriales respecto a la distancia, de aquí que "la pared estará tanto mejor determinada ... cuanto más alta sea la suma de los gradientes $\frac{d\phi_1}{dx} + \frac{d\phi_2}{dx} + \dots + \frac{d\phi_n}{dx}$ en cierto lugar x_p", de donde se pasa a la siguiente conclusión : "dado que todas las magnitudes físicas decrecen necesariamente con la distancia en el espacio abierto ilimitado, siguiendo una ley que tiende asintóticamente hacia $1/x^m$ (ángulo visual, audición), ... podríamos decir: calidad de una pared = $\frac{k}{x^m} \sum_{1}^{n} \frac{d\phi_i}{dx}$ " (35), lo cual se expresa en las siguientes figuras



Incluso si tomamos el caso más desfavorable para nuestro razonamiento, el de la pared ideal, donde el cambio es más brusco y por tanto más propicio a representar la delimitación como curva de Jordan, hay que aceptar la frontera como "aquello desde donde algo comienza a hacerse presencia". Cambiando la escala de la gráfica $d\phi/dx$ para observarla más claramente, y comparándola con la de $d^2\phi/dx^2$, que nos ayuda a visualizar las regiones de variación sensorial en varios puntos cercanos e interiores a la frontera, apreciamos:

- dos intervalos OA, A'O', donde el crecimiento (o decrecimiento) de $d\phi/dx$ es lineal o cercano a la linealidad, correspondiendo a zonas de la región interior o exterior en que no hay variaciones sensoriales (o son despreciables), y pueden denominarse, en términos de la Estética Informacional de A. Moles /1972/ (36), como umbrales de sensibilidad, esto es, zonas que se hallan por debajo del límite mínimo de excitación física requerido para percibir una delimitación;

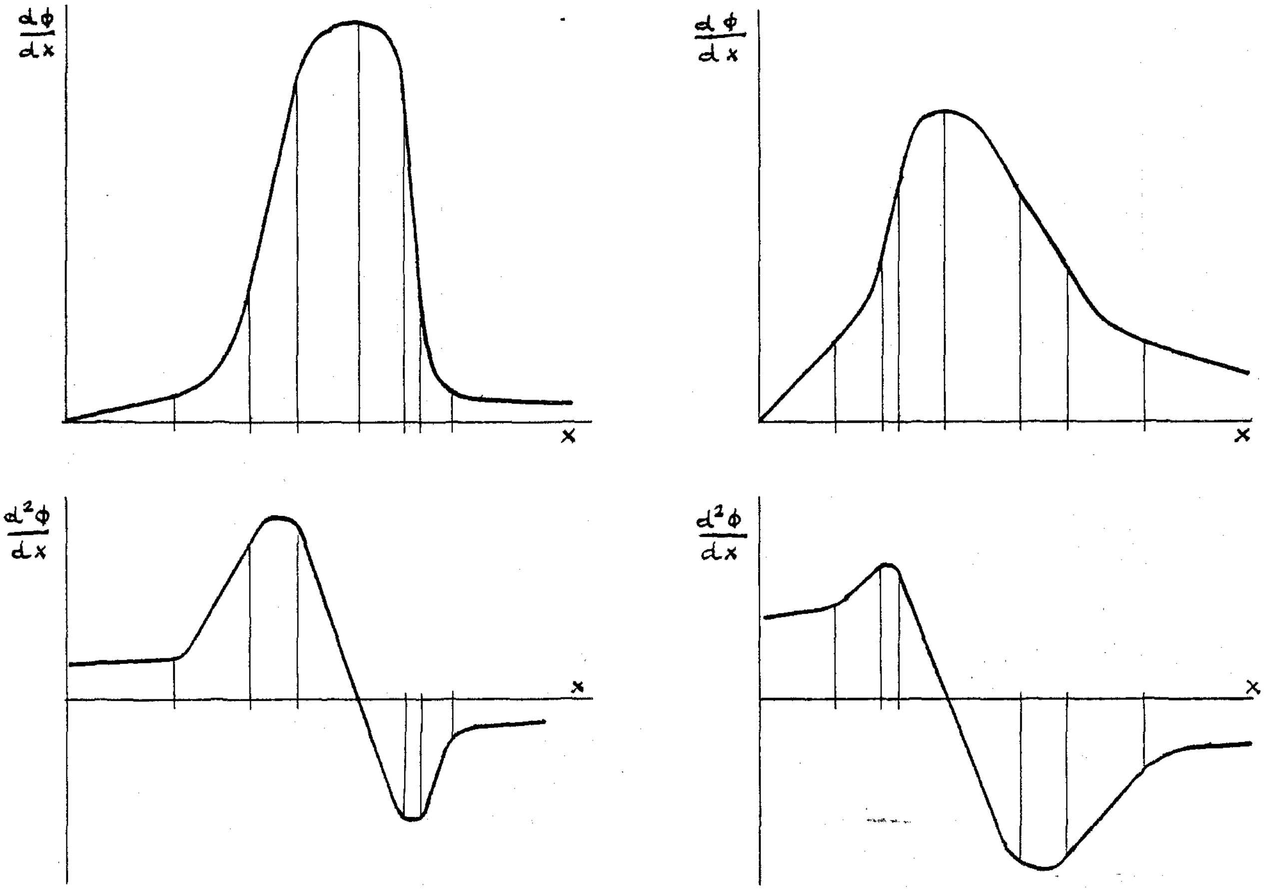
- un intervalo central CC' y dos marginales (AB, B'A') donde el crecimiento de dϕ/dx no es lineal; en estos últimos se desarrolla precisamente el "hacerse presencia" de la barrera. Para tales intervalos las gráficas muestran una variación brusca y la incertidumbre es



máxima; las zonas AB y B'A' son las más importantes, en las cuales el organismo perceptor puede apreciar un crecimiento progresivo de la excitación y ello requiere sobrepasar un mínimo necesario para percibir el contraste, designado como umbral diferencial.

- En BC y C'B' se ha llegado al umbral de saturación, y el crecimiento sensorial es constante, se sobrepasa la capacidad perceptiva, no se añade nada nuevo a las expectaciones y no se puede percibir el contraste entre la información recibida y la ya existente en el organismo receptor.

La trascendencia de estas zonas radica en la posibilidad de localizarlas en todas las barreras, donde la magnitud relativa de las variaciones sensoriales, así como las relaciones entre zonas contiguas es función de la naturaleza de la delimitación. En las figuras anteriores hemos dado por supuesto que el comportamiento de la barrera hacia el exterior y hacia el interior era similar - nótese la simetría de la curva -, pero esto no es siempre así, y nos encontramos con espacios introvertidos o extrovertidos, como en la primera de las figuras que se hallan bajo estas líneas, donde la variación de

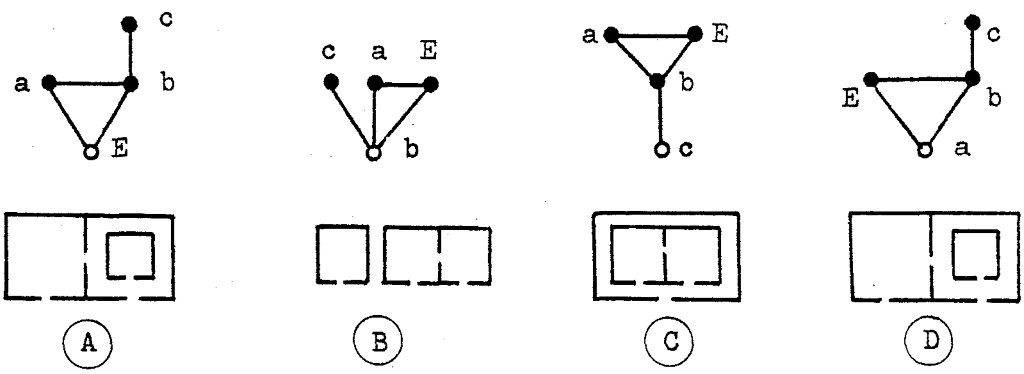


la curva $d\phi/dx$ hacia fuera es más brusca que hacia dentro; e, igualmente, en las delimitaciones permeables, la curva será más suave y los cambios no tan repentinos - como en la segunda figura -, pudiéndose caracterizar por una mayor anchura del umbral diferencial. Y todo lo antedicho apunta hacia una valoración no a-priorística de los valores de conexión según la magnitud de estos umbrales y la manera en que se combinan para cada delimitación.

2.2.3. B.- Carácter algebraico de las operaciones sintácticas y sus patterns

En otro orden de cosas, el carácter algebraico se interpreta aquí fundamentalmente como la naturaleza sustitutiva de las expresiones que representan configuraciones espaciales, la cual permite exponerlas dentro de un cálculo abstracto, cuyo conjunto de operaciones y elementos es la estructura algebraica. En nuestra representación tal naturaleza sustitutiva nace, en primera instancia, al introducir una raíz en las configuraciones gráficas, la cual posibilita utilizar la posición del sujeto como referencia.

En la figura adjunta el acceso del sujeto al espacio b hace que la nueva configuración adquiera la forma (B), e igualmente podríamos obtener las otras dos, según que el sujeto fuese a los espacios c o a. Representadas todas ellas en forma polinomial se puede ir pasando de una a otra mediante sustitución, despejando las expresiones que caracterizan cada uno de los estados de conexión parciales. (Debe apreciarse que en todas las figuras anteriores la forma espacial es la misma, pero la representación que el sujeto se hace de ellas, esto es, las interpretaciones de su posición relativa, sólo es idéntica para las formas (A) y (D).



Un primer esfuerzo por desarrollar un formulismo para la representación de formas en términos de la moderna Teoría de Conjuntos lo hallamos en Spencer-Brown /1972/ (37), apoyándose en las aportaciones del Dr. Sheffer /1913/ (38), quien reduce las operaciones de negación y disyunción por la de rechazo (rejection) simbolizada mediante la barra p | q, cuya interpretación lógica se sintetiza en la expresión "ni p ni q": en nuestro caso concreto representaría la barrera que divide a los espacios p y q.

Spencer-Brown toma los postulados 2 y 3 de Sheffer (p. 482):

2. $a' = a \mid a$.

3. $(a')' = a$.

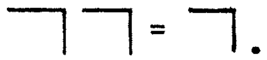
y, considerando que este gesto de rechazo tiene distinta interpretación según se observe desde p o desde q, lo transforma en una interfase que guarda en un lado el contenido y expresa en el otro una imagen, y ambos, contenido e imagen, se complementan alternadamente

contenido | imagen | contenido | imagen ...

En realidad, el autor se esfuerza por sintetizar las ideas de Sheffer con la teoría de los tipos de B. Russell y la concepción de figura de Wittgenstein. Este nos dice que "la forma de figuración es la posibilidad de que las cosas se combinen unas respecto a otras como los elementos de la figura", la cual tiene "en común con la realidad para poderla figurar por completo... la forma lógica, esto es, la forma de la realidad" (Tractatus 2.151, 2.174). Todo ello es posible mediante el gesto de proyectar (figurar) la realidad fáctica en la mente del sujeto perceptor, y la síntesis de los hechos reales en los esquemas cognoscitivos se hace posible, para Spencer-Brown, mediante los valores de verdad o falsedad: "las variables en el cálculo de proposiciones no representan de hecho las proposiciones de una expresión, sino sólo las funciones de verdad de estas proposiciones, dado que las proposiciones mismas no pueden equipararse a la mera presencia o ausencia de una cierta propiedad, mientras que su posibilidad de ser ciertas o falsas sí que lo permite" (p. xviii). En nuestro caso concreto esta afirmación significa que el disponer ante nuestros ojos una sucesión de espacios no basta para constituir el sentido de una configuración sintáctica, este sólo se logra tras considerar el tipo y cualidad de las conexiones que permiten acceder a tales espacios, puesto que sólo mediante el uso puede realizarse una comprobación y admitir entonces su "falsabilidad".

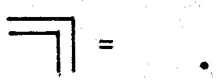
Por eso, para dotar de dinamismo a su esquema, Spencer-Brown nos ofrece una "aritmética primaria":

Inicial 1. <u>Número</u>



$$\underset{\text{confirmar}}{\overset{\text{condensar}}{\rightleftharpoons}}$$

Inicial 2. <u>Orden</u>



$$\underset{\text{compensar}}{\overset{\text{cancelar}}{\rightleftharpoons}}$$

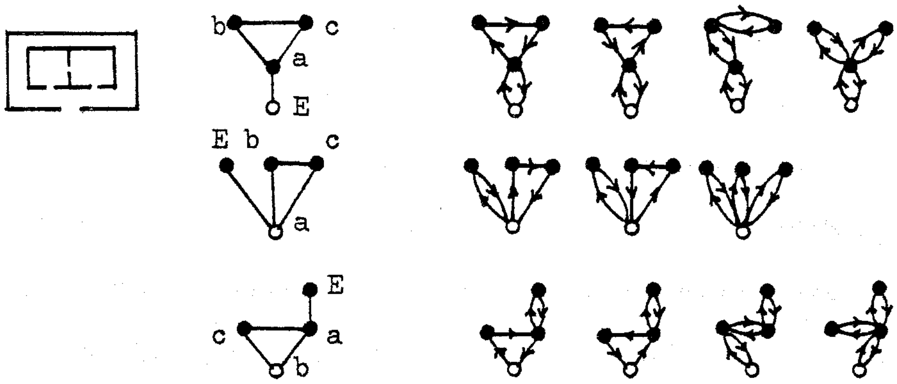
donde la posibilidad de la sustitución, expresada en el signo igual, se considera en ambos sentidos. Puede observarse el paralelismo de estas dos "iniciales" con los postulados de Sheffer, que vienen a decir, en pocas palabras, que en las delimitaciones podemos encontrar la idempotencia y la simetría. Ya hemos visto en páginas anteriores las ventajas de conservar la primera; respecto a la segunda B. Russell /1940/ nos advierte de que la aparente importancia de la contribución de Sheffer, mostrando que se puede construir asimetría a partir de datos simétricos, difícilmente puede tomarse como algo más que una artimaña técnica (39).

Lo que si observamos en las "iniciales" de Spencer-Brown es la sugerencia, traducida a nuestro lenguaje, de que cualquier configuración espacial puede analizarse según

- <u>criterios de orden</u>, perfectamente asimilables a grafos clásicos. Entonces lo que define un gesto sintáctico es la reiteración de delimitaciones (o recurrencias, como ya las hemos llamado) y la manera de estudiarlas es considerar los ejemplos reales en su globalidad; el aumento de fronteras no altera la naturaleza del órden, sólo varía el número de partes en los objetos espaciales.

- criterios de causalidad. Junto a cada configuración ha de considerarse un conjunto de recorridos (o cuando menos mantenerlos en mente durante el análisis); el uso de ciertos espacios de estas secuencias determina la posibilidad de acceder a los siguientes, y es este carácter determinista lo que define las peculiaridades causales de los tipos de orden.

Aplicando ambos criterios a un grafo elegido al azar se obtienen las conexiones y los recorridos en el implícitos:



etc.

Los criterios expuestos en primer lugar son esencialmente lógicos y permiten clasificar una configuración según cual sea su estructura; los colocados en la parte derecha de la figura han de comprenderse mediante nociones del dinamismo en configuraciones espaciales, desarrolladas más adelante.

Antes, apuntaremos que el cambio de la referencia para representar una configuración, así como los valores asignados a las conexiones entre componentes de una red topológica,llevan a Atkin /1974/ (40) a elaborar una formalización polinomial de los patterns de configuraciones topológicas, interpretando éstas como complejos simpliciales, o colecciones de subconjuntos ordenados mediante relaciones de inclusión y de dimensión.

Estos subconjuntos $\underline{X}$ pueden visualizarse como vértices de un complejo $\underline{K(X)}$ totalmente ordenado mediante el orden natural de los enteros, y se establece una correspondencia biunívoca entre $\underline{V} = \{\underline{x}_1, \underline{x}_2, \ldots, \underline{x}_n\}$ y $\underline{X} = \{\underline{X}_1, \ldots, \underline{X}_n\}$, construyendo el álgebra exterior $\underline{\Lambda V}$ sobre el módulo n-dimensional $\{\underline{V,\ +,\ J}\}$, donde $\underline{\Lambda^{o}V = J}$. Se puede elaborar ahora una representación algebraica mediante una aplicación : $\underline{K} \longrightarrow \underline{\Lambda V}$, donde

a) $\rho = \{\rho_p;\ p=0,1,\ldots,N\}$

b) $\rho_o : \langle \underline{X}_i \rangle \longrightarrow \underline{x}_i \in \underline{\Lambda^1 V}$

c) $\rho_p : \langle \underline{X}_{\alpha_1}, \underline{X}_{\alpha_2}, \ldots, \underline{X}_{\alpha_{p+1}} \rangle \longrightarrow \underline{x}_{\alpha_1}, \underline{x}_{\alpha_2}, \ldots, \underline{x}_{\alpha_{p+1}} \in \underline{\Lambda^{p+1}V}$; donde $p=1,2,\ldots,N$; y $N \leqslant n - 1$

d) puede aumentarse $\underline{K}$, y entonces se puede establecer una aplicación ρ_{-1} tal que $\rho_{-1}: \sigma_{-1} \longrightarrow 1 \in \underline{J}$; $\underline{K}$ posee entonces una orientación en $\underline{\Lambda V}$, y de este modo $\langle \underline{X}_i \underline{X}_j \rangle = -\langle \underline{X}_j \underline{X}_i \rangle$ en $\underline{K}$ se transforma en $\underline{x}_i \underline{x}_j = -\underline{x}_j \underline{x}_i$ en $\underline{\Lambda V}$ (antisimetría del producto exterior).

Por tanto, $\underline{\Lambda V}$ será la composición de las partes

$$\underline{\Lambda V} = \underline{\Lambda^o V} \oplus \underline{\Lambda^1 V} \oplus \ldots \oplus \underline{\Lambda^{p+1} V} \oplus \ldots \oplus \underline{\Lambda^{N+1} V} \oplus \ldots \oplus \underline{\Lambda^N V}$$

y, de manera similar,

$\underline{K} = \underline{K^{-1}} \oplus \underline{K^o} \oplus \ldots \oplus \underline{K^p} \oplus \ldots \oplus \underline{K^N}$, donde $\underline{K^p}$ corresponde a $\underline{\Lambda^{p+1}V}$.

De modo que, si interpretamos un término monomial en $\underline{\Lambda V}$, por ejemplo $\alpha\sigma_p$ donde $\alpha \in J$, como asignación del valor α al simplice σ_p, entonces cada pattern π puede representarse como un polinomio

$$\pi = \alpha_{-1}\, \sigma_{-1} + \sum_i \alpha_i^o\, \sigma_o^i + \ldots + \sum_i \alpha_i^N \sigma_N^i$$

Aunque Atkin considera $\alpha_i^p = 0$ ó 1, en los grafos borrosos podemos tomar cualquier valor racional entre 0 y 1. Igualmente, π_o define a $\underline{K}$ y expresa la <u>referencia estática</u>, y, obviamente, al cambiarse ésta, la forma polinomial varía. Asimismo, todos patterns posibles constituyen un anillo de polinomios $\underline{\Pi(\Lambda V)}$ en $\underline{\Lambda V}$: $\pi = \pi^{-1} \oplus \pi^o \oplus \ldots \oplus \pi^N$, y $\Pi = \Pi^{-1} \oplus \Pi^o \oplus \ldots \oplus \Pi^n$, $n \geqslant N$

donde el producto de anillos es tal que $\pi^p \in \Pi^p$ y $\pi^q \in \Pi^q$ resultan en

$\pi^p \wedge \pi^q \in \Pi^{p+q}$ si $p+q \leqslant n$

$\pi^p \wedge \pi^q = 0$ en los demás casos.

Pasando todas estas expresiones matemáticas al lenguaje ordinario, y aplicándolas a nuestros intereses, el punto a) expresa la necesidad de un principio de ordenación que permita "leer" las configuraciones gráficas, mientras que los puntos b) y c) indican que a cada uno de los niveles de este órden se le dota de una dimensión, según lo ya expuesto en 2.2.2. B., mostrándose aquí el caracter metalingüistico de la Teoría de Grafos: los diferentes niveles de análisis (casa, barrio, ciudad, ...) requieren una aplicación ρ_i distinta - puesto que la naturaleza de los fenómenos tratados varía -, pero en todos casos la forma del formulismo es la misma, sólo cambia la referencia. Y de este hecho, así como de las implicaciones del punto a), procede la necesidad de introducir d), donde se establece que, apenas se fija una "raíz" a la que se puede referir toda una configuración, surge inmediatamente una direccionalidad, y por ello la "lectura" de cada elemento gráfico (puntos, conexiones,...; o las entidades que suplantan: lugares, relaciones espaciales, ...) habrá de ser referida al modo de seccionar las representaciones espaciales, de donde procede el órden adoptado, la raíz de referencia y el nivel dentro de cuya dimensión se opera.

Por último, un pattern resulta ser ahora una yuxtaposición de objetos espaciales,irreducibles a otros más sencillos, y que se combinan de una manera específica, la cual viene expresada en el esquema de Atkin /1974/ por los valores α_i, equivalentes a una jerarquía de conexiones en nuestra interpretación, dado que éstos potenciarán ciertos componentes a los que se subordinan los demás.

2.2.3. C.- Interpretación física del dinamismo en configuraciones espaciales

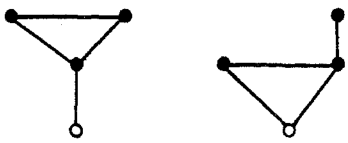
Al referir a nociones físicas sugerimos la necidad de considerar los aspectos dinámicos del sistema constituido por una configuración espacial; solidariamente al enfoque de Atkin /1974/ este dinamismo no es otra cosa que el estudio de los "patterns" observables en una morfología, el cual puede llevarse a cabo siguiendo dos actitudes:

- la primera, postulada por Galileo y Kepler, y explicada por Newton, consiste en referir estos patterns variables a una referencia que se toma como estática, rígida y permanente. Todo cambio se interpreta entonces como el resultado de las fuerzas que le impulsan: por ejemplo, en la geografía moderna y en algunos modelos urbanísticos se establecen analogías con esta línea de pensamiento al hablar del poder atractivo de los mercados o al considerar la llamada Teoría del Lugar Central.

- Un enfoque alternativo se apoya en las formulaciones de la relatividad considerando las trayectorias de los patterns como caminos naturales en una geometría alterada de manera conveniente para respetar su desarrollo. Estas alteraciones toman la forma de restricciones impuestas a la referencia estática, afectando su conectividad y, de este modo, las posiciones o caminos observados son entonces los permitidos por la geometría que se adopte.

No obstante, ambos enfoques pueden sintetizarse; imagínese, por ejemplo, que la referencia geométrica se altera mediante la eliminación de un simplex de órden p, σ_p, (que podría ser la abolición de un vértice); sucederá entonces que todo pattern π^p definido sobre la referencia acusará un cambio $\delta\pi^p$ que conlleva igualar σ_p a cero, y que produce una "reacción", por así decirlo, en aquella parte de la estructura geométrica.

Pasando el hecho a nuestro lenguaje, y tomando las dos configuraciones como correspondientes a denotaciones (con distinta raíz) de un mismo grafo, las matrices de adyacencia de ambas quedan ligadas mediante una matriz de permutación P,



G_1 G_2

$$\underline{A}_1 = \underline{P}^{-1}\,\underline{A}_2\,\underline{P}\ ,$$

y P adquiere ahora el sentido de la "reacción" susodicha. E igualmente se procedería para la eliminación de puntos o aristas.

Partimos del supuesto de que se opera con variedades 4-dimensionales, orientables respecto al tiempo y respecto al espacio: para nuestros propósitos las variedades serán espacios topológicos **compactos** , conexos, de Hausdorff y para los que se ha definido una métrica (41). Toda esta jerga la explicaremos brevemente:

compacto: el espacio topólogico puede cubrirse mediante una colección finita de subconjuntos abiertos (para nuestro caso concreto esto significa que los objetos espaciales considerados son finitos y accesibles);

de Hausdorff: cada par de puntos distintos pertenecen respectivamente a conjuntos abiertos disjuntos (nuestras regiones espaciales vienen definidas por umbrales que no los hacen inaccesibles, y dos regiones distintas tienen umbrales distintos);

conexos: al considerar un subconjunto cualquiera A de un espacio topológico X no se permite que existan subconjuntos abiertos G y H de X tales que las intersecciones $\underline{A} \cap \underline{G}$ y $\underline{A} \cap \underline{H}$ sean conjuntos disjuntos no vacíos cuya unión forme A (en suma, no existen islas ni discontinuidades en el interior de A);

métrica: existe un criterio para la introducción de una medida (y, por tanto, de una escala).

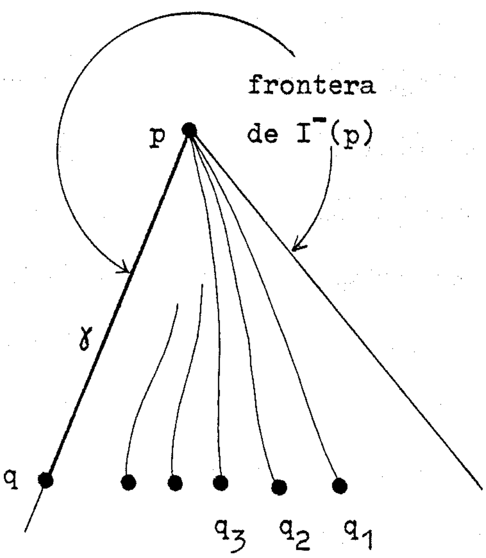
A partir de aquí podemos afirmar que los aspectos físicos de un enfoque relativista que nos interesan se limitan a tres apartados:

i. Dominio de influencia

Viene definido por la relación preceder, la cual siempre se puede establecer - pues se parte de la posibilidad de orientarse respecto al tiempo y respecto al espacio - y presenta dos propiedades características:

a) transitividad: si p precede a q y q precede a r, p precede a r;

b) se puede definir el pasado de p, $I^{-}(p)$, como el conjunto de todos los puntos que preceden a p; y el futuro de p, $I^{+}(p)$, como el conjunto de todos los puntos a los cuales p precede. Resulta obvio entonces que $I^{-}(p)$ e $I^{+}(p)$ son siempre conjuntos abiertos.



De estas observaciones se deduce una tercera, la elaboración de una geodésica nula γ, esto es, una curva dirigida hacia el futuro desde un punto q, pero que no entre en $I^{+}(q)$, y que puede construirse sobre la frontera de $I^{-}(p)$ como una curva de acumulación de la secuencia de curvas seudo-temporales que van desde q_1 a p. Su significado es el de constituir el límite de nuestro campo visual en el territorio del gesto inmediato,o el límite espacio-temporal de nuestras vivencias del dominio donde se incluye el lugar.

ii. Secciones

Una sección es una subvariedad cerrada del espacio-tiempo, y puede interpretarse de modo que resulte útil a este estudio de la siguiente manera: dada una configuración espacial con todas sus conexiones, el grafo representativo se caracterizara por su forma poliédrica o hipergeométrica; en esta matriz A de conexiones podemos seccionar, por ejemplo por filas, mediante un conjunto de parámetros seccionales $\{\theta_{ij}\}$ que definen una relación λ respecto a la matriz de adyacencia $A = (a_{ij})$ por referencia a sus elementos $\underline{a}_{ij}$: $\lambda_{ij} = 1$ si $a_{ij} \geqslant \theta_k(a_{ij})$

" $= 0$ en los demas casos;

igualmente se puede adoptar $a_{ij} \leqslant \theta_i$ como criterio, o referir a más valores que 0 y 1, según una jerarquía adecuadamente elegida.

Imaginando un caso ideal en el que no hubiera límite para las representaciones de la evolución de una morfología, tomaríamos una matriz tan grande como fuera posible; allí las secciones temporales mostrarían las conexiones de la morfología en momentos específicos, y al compararlas visualizaríamos sus trayectorias; de manera análoga, dentro de estas secciones encontraríamos correspondencias entre actividades y espacios y las conexiones espaciales entre sus partes. Evidentemente, existe un tamaño límite para su manejo y por ello las matrices parciales se separan, reduciendo el análisis seccional a las relaciones entre cada uno de estos subsistemas y sus partes.

La posibilidad de realizar secciones indica que se puede asignar un valor de la función tiempo a cada punto del espacio-tiempo, lo cual ocurre si y solo si éste es causalmente estable, y esto equivale a decir que no admite curvas temporales cerradas, criterio éste que puede tomarse como protección contra las violaciones de la causalidad. En ocasiones uno se tropieza con secciones a-cronales, en las que ningún punto precede a ningún otro punto de la sección, y esto lleva a asociar a menudo el fallo de la a-cronalidad con el fallo de la causalidad estable.

iii. Dominio de dependencia

Considerando ahora que el espacio-tiempo está orientado respecto al tiempo, la relación "preceder" sugiere la cuestión física de si un suceso p puede o no influir sobre otro suceso q mediante una señal. La posibilidad de establecer esta señal es, según Carnap /1958/, lo que hace inseparables las descripciones espaciales y temporales de los fenómenos físicos, pero, al mismo tiempo, es lo que permite la asimilación de un enfoque topológico y un enfoque lógico-simbólico.

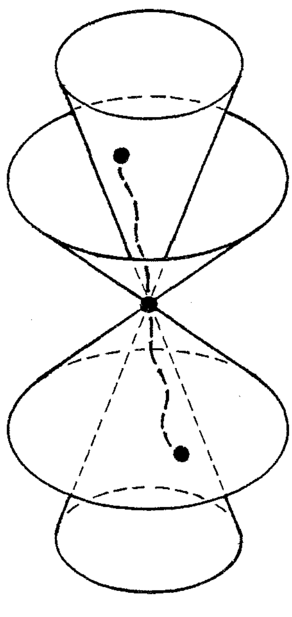
No obstante, es evidente que, por mucha información que poseamos sobre un solo punto p, ésta no basta para determinar la situación física en otro punto q. Tal "determinación" de lo que sucede en un punto requiere registrar todas las señales que pudieran influir en las características físicas de p, y el registro adecuado resulta ser una sección. En lo que a nosotros nos concierne, la descripción precisa de lo que sucede en un punto p del grafo representativo de una configuración espacial requiere no sólo conocer la posición de p en el orden que caracteriza a aquella morfología particular, sino, además, la manera según la cual llegan y parten de p las señales, entendidas aquí como los recorridos que caracterizan a los varios grafos dirigidos emparentados con el grafo de conexiones.

De manera similar a como se operaba con los dominios de influencia, el dominio de dependencia D(S) tendrá dos partes, pasado, $D^-(S)$, y futuro, $D^+(S)$, cuya unión forma el antedicho, y encontramos entre sus propiedades:

a) Los dominios de dependencia pasado y futuro de cualquier sección a-cronal S son cerrados e incluyen a S. Es ésta la razón por la que no se suele operar considerando todas la variaciones de las variables (actividades, espacio, tiempo, ...) a la vez, sino que uno se limita a un subconjunto - de aquí la a-cronalidad - y se combinan después las observaciones halladas. Por otra parte, el hecho de que los dominios sean cerrados hace que uno pueda limitarse al dominio de una sección y prescindir de las demás.

b) El dominio de dependencia es interna y causalmente compacto, o, lo que es lo mismo, dados p y q en el interior del dominio de dependencia de una sección a-cronal S, la clausura de $I^{-}(p)\cap I^{+}(q)$ es compacta. En palabras más sencillas, y aplicando la noción a nuestro caso concreto, tal intersección representa la posición de un sujeto en un espacio concreto de un lugar, pero considerando los recorridos que hasta allí le llevaron y los que desde allí puede establecer, y el hecho de que sea compacta significa que las diferentes alternativas abiertas al sujeto en esa posición se pueden describir mediante una colección finita de subconjuntos abiertos, que podríamos representar como una serie de subgrafos dirigidos que cubrieran todos los movimientos posibles; y, al mismo tiempo, esta posibilidad indica que en el dominio de dependencia no hay "islas o agujeros" disconexos.

De manera similar, dadas dos regiones p y q en el interior del dominio de dependencia, una de las cuales precede a la otra ($p < q$), existirá una geodésica seudotemporal de longitud máxima desde p a q, de donde, al tratar la causalidad, las relaciones de orden, representadas por grafos clásicos, son más amplias que las relaciones causales que describen el determinismo, representadas por grafos dirigidos, y esto se puede ilustrar mediante dos conos cuya punta coincida con la region espacial estudiada (el yo, aquí, ahora): el más ancho expresa los espacios cuyo orden se relaciona con el analizado; el más estrecho, los recorridos dentro de aquel orden que han conducido a la situación mencionada y que están determinados por ella.



Del mismo modo que hablábamos de violación de la causalidad, puede suceder que existan violaciones del determinismo, y es posible defenderse contra ellas mediante la presencia de superficies de Cauchy: dados un espacio-tiempo y su métrica (M, g_{ab}) y una sección acronal S, ésta será una superficie de Cauchy si todo punto de M se halla en el dominio de dependencia de S, es decir, una sola sección bastará entonces para determinar las cualidades físicas de todo el espacio-tiempo.

La existencia de superficies de Cauchy es una restricción muy fuerte: los espacios-tiempos donde ocurren son establemente causales y no permiten violaciones de la causalidad, las secciones relacionadas con ellas son topológicamente idénticas, y las variedades del espacio-tiempo donde aparecen deben ser de la forma SxR, donde S es una variedad 3-dimensional: en otras palabras, son las formas topológicas utiles para representar configuraciones arquitectónicas y urbanas, pues no necesitamos espacios-tiempos más complejos.

El carácter restrictivo que impone la existencia de una superficie de Cauchy la hace altamente deseable, y por ello sugiere la pregunta de si hay algún criterio que la imponga. Para ello se introduce la noción de horizonte futuro de Cauchy, colección de todos los puntos del dominio futuro de dependencia, $D^+(S)$, que no preceden a ningún punto de $D^+(S)$, y de manera similar se definiría el horizonte pasado de Cauchy. Su significado para nuestro caso concreto es el de ofrecer una frontera de la acción, no sobrepasada por ninguno de los espacios hodológicos de Lewin, esto es, cualquiera de las rutas aleatoriamente elegidas por motivos personales queda dentro de este horizonte que siempre será un conjunto acronal y cerrado; y sucede que una sección acronal S será una superficie de Cauchy si y solo si sus horizontes pasado y futuro de Cauchy son ambos vacíos, lo que equivale a acotar la situación espacial en la que el sujeto se encuentra al subsistema donde se halla este lugar específico, independizándolo de los sistemas que pudieran llevar al del lugar en cuestión.

Hasta aquí las configuraciones espaciales se han tratado según su naturaleza estructural global, intentando profundizar en sus cualidades grafo-teóricas que se entendían como diferentes modos de orden y causalidad, y vinculadas a sus peculiaridades lógicas o físicas. El siguiente paso es concentrarnos, con una finalidad estrictamente clasificatoria, en propiedades cuyas peculiaridades estructurales no se hayan determinado desde un principio: entonces, dado que el orden de la estructura global no se interpreta como fijado de antemano, el ejercicio teórico consiste en desvelar qué rasgos se ajustan mejor a la realidad de los hechos.

SECCION 2. NOTAS BIBLIOGRAFICAS

(1) - a) Roger Housden: The nature of writing. The Guardian , 1 de Diciembre , 1979; p. 17.

- A. Cooper: The Creation of Chinese Script. The China Society.

- b) J.P. Sartre /1964/: Les Mots. Éd. Gallimard, Paris.

(2) - Arquitectura, Historia y Teoría de los Signos: El Symposium de Castelldefels, 1972. Edición al cuidado de Tomás Llorens. Pub. COACB.

- P. Eisenman: Notas sobre arquitectura conceptual: Estructura profunda dual, pp. 202 - 222.

(3) - M. Gandelsonas /1972/: On reading Architecture. Progressive Architecture 3: 1972, pp. 68- 87.

(4) - P. Boudon: Caractéristiques d'une écriture des lieux. (Sin fecha).

(5) - B. Hillier, A. Leaman /1972- 73/: Structure, System, Transformation. Transactions of the Bartlett Soc. Vol. 9, 1972- 73, pp. 36- 77.

(6) - B. Hillier, A. Leaman /1975/: The Architecture of Architecture.

(7) - B. Hillier, A. Leaman, P. Stansall, M.Bedford /1976/: Space Syntax. Environment & Planning B. 1976, Vol. 3, pp. 147- 185. Texto y diagramas corregidos el 31 de mayo de 1978.

- B. Hillier, P. Stansall, J. Hanson /Marzo 1978/:
  - * Compressed descriptions of spatial arrangements.
  - ** The analysis of complex buildings.
  - *** Seven societies as spatial systems.

  (Bartlett School of Architecture & Planning. Public. internas).

(8) - E. Leach /1978/: Does Space Syntax really "constitute the social"?.

(9) - B. Russell /1940/: An Inquiry into Meaning and Truth. Ed. consultada, G. Allen & Unwin Ltd., 1980. a) p. 43. b) p. 37.
Russell se refiere a H. M. Sheffer /1913/: "A set of 5 independent postulates for boolean algebras, with application to logical constants. Trans. of the Amer. Math. Soc. pp. 481- 488: la aplicación de la "barra" de Sheffer, $p \mid q$ = ni p ni q, así como su caracter logico de rechazo, estan claramente expresados en la p. 487.

(9) - Véase, asimismo, J. Piaget /1975/: The development of thought. Trad. de "L'équilibration des structures cognitives", p. 8.

(10) - G. Frege /1892/: Sobre Sentido y Referencia. Publicado en "Zeitschrift für Philosophie und philosophische Kritik", Nueva Serie, no. 100, pp. 25- 50; ed. española "Estudios sobre Semántica", Ed. Ariel, Barcelona, 1973, p. 55.

(11) - B. Russell /1940/: An Inquiry... , pp. 37- 38.

(12) - Se está pensando aquí en la mención que Wittgenstein hace de un pasaje de las Confesiones de Agustín de Hipona para considerar que la idea de que a todo término le corresponde un significado, el cual es a su vez el objeto al que aquél nombra o refiere, es sólo valido para un determinado "juego lingüístico", uno entre muchos otros, pero no puede aplicarse a todos los juegos lingüísticos. Edición consultada: Philosophical Investigations, B. Blackwell, Oxford, 1953, p. 289.

(13) - R. H. Atkin /1974/: An approach to structure in architectural and urban design. Environment & Planning B, 1974, Vol. 1, pp. 51- 67 y p. 53.

(14) - D. L. Clarke /1968/: Analytical Archaeology. Methuen & Co. Ltd. 2ª ed. consultada, 1978, p. 79.

(15) - G. H. Broadbent (Symposium de Castelldefels,/1972/): Las estructuras profundas de la arquitectura. Pub. COACB, p. 163.

(16) - Véase la nota 36 en R. Venturi: Complejidad y contradicción en la Arquitectura. Ed. española de G. Gili, Barcelona, p. 131. (Aldo van Eyck, A. D. 12, Diciembre de 1962, p. 560).

(17) - L. March, P. Steadman /1971/: The Geometry of the Environment , University Paperback, Methuen & Co. Ltd., 1974, pp. 27, 28.

(18) - T. Maldonado: Vanguardia y racionalidad, 1977. Al cuidado de T. Llorens, G. Gili, Barcelona. Véase "Ciencia y proyectación" /1964/, op. cit., pp. 171- 188; q.b. p. 174.

(19) - G. Pólya: Kombinatorische Anzahlbestimmungen für Gruppen, Graphen und chemische Verbindungen. Acta Math. 68 /1937/, pp. 145- 254.

(20) - C. Berge /1958/: Theorie des Graphes et ses Aplications. Dunod, Paris. ed. inglesa consultada, Methuen & Co., Londres, p. ix.

(21) - G. Chartrand, D. Geller, S. Hedetniemi /1971/: Graphs with forbidden subgraphs. Journal of Combinatorial Theory 10, pp. 12- 41.

(22) - La cita procede de Melvin M. Webber /1964/: El lugar urbano y el dominio urbano ilocal, q.b. 21, en "Indagaciones sobre la estructura urbana". G. Gili, Barcelona.

(23) - M. J. Teixeira Kruger /1977/: An approach to built form connectivity at an urban scale. Ph. D. Dissertation, Cambridge University. Aquí se ha dado un carácter más abstracto a los componentes y la representación grafo-teórica de los canales es distinta.

(24) - Ildefonso Cerdá (1815- 1876). Public. del Colegio de Caminos, Canales y Puertos.

- J. Mª Montaner, J. Oliveras: Un "Eixampla" virtual. Jano, Enero-Febrero, 1978.

(25) - L. Zadeh /1965/: Fuzzy Sets. Inf. & Control 8, pp. 338- 353.

(26) - K. Menger /1939/: Topology without points. The Rice Institute Pamphlet. Vol. XXVII, January, 1940.

- J. Nicod /1924/: La géométrie dans le monde sensible. Alcan, Paris.

- J. Nicod /1930/: Foundations of Geometry and Induction; Harcourt, Brace & Co., New York.

(27) - C. C. Lamberg-Karlowsky (introductions): Hunters, Farmers and Civilizations. Old World Archaeology. Scientific American. W. H. Freeman & Co., 1978. Véase G. Mellaart /1964/: A Neolithic City in Turkey, pp. 123- 132.

- A. Rapoport /1969/: El Pueblo y el Hogan. En P. Oliver: Cobijo y Sociedad. Ed. H. Blume, Madrid, 1978.

(28) - Kent V. Flannery /1972/: The origins of the village as a settlement type in Mesoamerica and the Near East: a comparative study. (En P. J. Ucko et al.: Man, Settlement and Urbanism. Duckworth, London, 1972).

- P. Wagner /1960/: The human use of the Earth. N. York. Cap. 6.

(28') - C. Lévi-Strauss /1958/: Antropología estructural. Ed. consultada, 1968, EUDEBA, Buenos Aires. Véase el ensayo " ¿Existen las organizaciones dualistas?", pp. 119- 148; q.b. p. 138.

(29) - E. Leach /1978/, op. cit.

(30) - E. Trillas /1981/: Conjuntos borrosos. Ed. Vicens Vives, Barcelona.

(31) - Rohit Parikh: The problem of vague predicates. Manuscrito del Departamento de Matemáticas de la ETSAB, Febrero de 1977.

(32) - G.I. Reiser /1937/: Non-Aristotelian Logic and the Crisis in Science. SCIENTIA, Vol. LXI, N. CCXCIX - 3, p. 146.

(33) - K.J. Tinkler /1977/: An Introduction to Graph-Theoretical methods in Geography. (Concepts and techniques in modern Geography, University of East Anglia, Norwich).
Esta conducta difusa la observamos con C. Alsina en mayo de 1978 al elaborar metodos alternativos de representación de los valores de conexión mediante medidas borrosas; se apreciaba la peculiaridad de que al dividir los valores de una matriz A por la suma de los elementos de una fila o de toda la matriz, los nuevos valores de la matriz (de transición) eran a un tiempo medidas borrosas y probabilísticas: el primer caso es el aquí descrito, el segundo se puede relacionar con el grado de conectividad y los índices gráficos de K.J. Kansky /1963/.

(34) - C. Alsina, E. Trillas, L. Valverde /1978/: On non-distributive logical connectives for fuzzy sets theory. Manuscrito del Departamento de Matemáticas de la ETSAB.

(35) - A.A. Moles, E. Rohmer /1972/: Psicología del espacio. Ed. Ricardo Aguilera, Madrid, pp. 40, 41 y ss.

(36) - A. Moles /1972/: Théorie de l'Information et perception esthétique. Ed. Denoël. Paris, pp. 26- 27.

(37) - G. Spencer-Brown /1972/: Laws of Form. The Julian Press Inc. N. York.

(38) - H. M. Sheffer /1913/, op. cit., véase (9).

(39) - B. Russell /1940/: An Inquiry..., op. cit. p. 43.

(40) - R.H. Atkin: An approach to structure in architectural and urban design: Algebraic representation and local structure. Env. & Planning B, 1974. Vol. 1, pp. 173- 191.

(41) - R. Geroch, G. Horowitz /1979/: Global structure of spacetimes. (En S. W. Hawking, W. Israel: General Relativity. An Einstein Centenary Survey, Cambridge University Press).